

Работа 5. СПЕКТРОСКОП С ПРИЗМОЙ

- Цель работы:
1. Измерить показатель преломления стекол для различных длин волн и построить дисперсионные кривые.
 2. Определить угловую, линейную дисперсии и разрешающую способность призмного спектрального прибора.

Спектральные приборы служат для разложения по частотам (или по длинам волн) электромагнитного излучения оптического диапазона и исследования этого разложения.

Любой классический спектральный прибор (рис. 1) имеет входной коллиматор 1 , диспергирующий элемент 2 и выходной коллиматор (камеру) 3 .

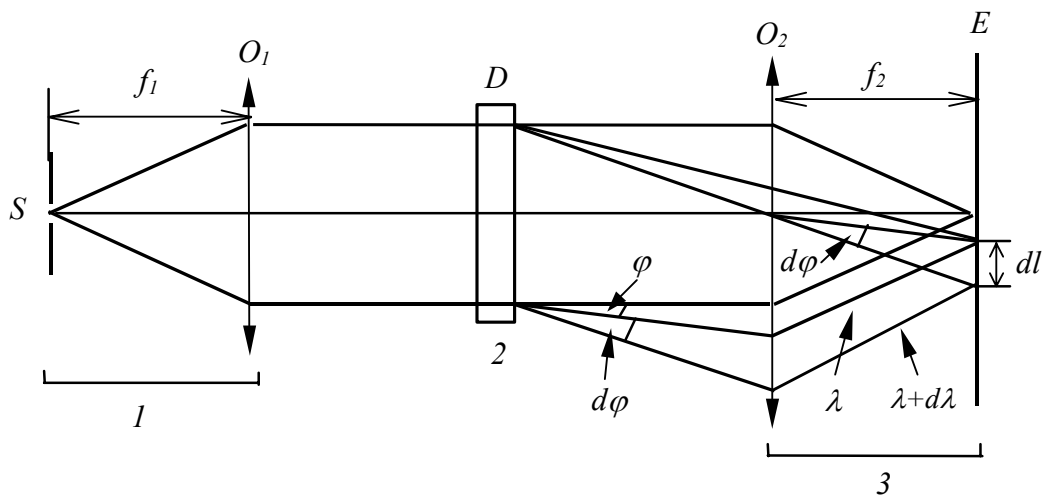


Рис. 1

Узкая входная щель S , освещаемая исследуемым излучением, устанавливается в фокусе объектива O_1 , который образует параллельный пучок спектрально неразложенного излучения и направляет его на диспергирующий элемент D . Последний преобразует этот пучок в систему параллельных монохроматических пучков, выходящих из элемента под разными углами φ , зависящими от длины волны излучения λ . Камерный объектив O_2 создает на экране E , расположенном в его фокальной плоскости, совокупность монохроматических изображений входной щели S . Эти изображения называют спектральными линиями и их совокупность составляет спектр исследуемого излучения.

Спектральные приборы различаются по способу регистрации спектра (*визуальные, фотографические, фотоэлектрические*), по способу спектрального разложения излучения (*призмные, дифракцион-*

ные, интерференционные), по области спектра, в которой они применяются (инфракрасной, видимой, ультрафиолетовой), по назначению. От перечисленных признаков зависит конструкция и оптическая схема прибора, но название его обычно определяется первым признаком.

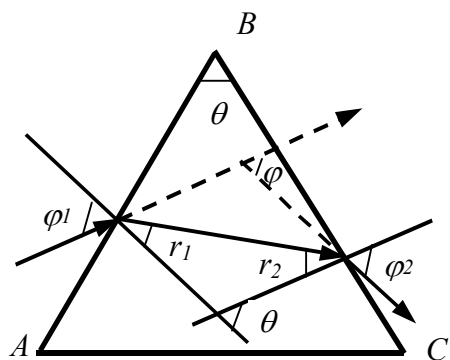
Приборы для визуального наблюдения спектров называются *спектроскопами*, когда дополнительно устанавливается окуляр, образующий с объективом O_2 зрительную трубу. Они используются в видимой области (380÷760) нм в соответствии с чувствительностью глаза.

Приборы с фотографической регистрацией спектров – спектрографы – применяются в видимой и ультрафиолетовой областях в соответствии с чувствительностью фотоматериалов.

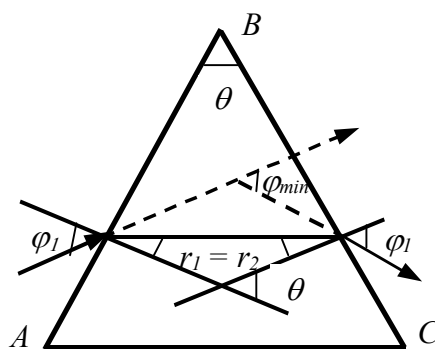
Приборы с фотоэлектрическими и тепловыми приемниками излучения, называемые *спектрометрами* или *спектрофотометрами*, позволяют регистрировать излучение от ультрафиолетовой до далекой инфракрасной области.

1. Ход лучей в призме

Мы будем изучать спектроскоп с призмой в качестве диспергирующего элемента. Рассмотрим сначала ход лучей в треугольной призме (рис. 2).



Р и с. 2



Р и с. 3

Угол θ между преломляющими гранями призмы называется *преломляющим углом*, линия пересечения преломляющих граней – *преломляющим ребром*, а плоскость, перпендикулярная к преломляющему ребру, – *главным сечением призмы*. Если падающий луч лежит в плоскости главного сечения, то вышедший из призмы луч также лежит в этом сечении. Угол φ между направлениями падающего и вышедшего лучей называется *углом отклонения*.

Найдем условие, при котором угол φ минимален. Из рис. 2 видно, что

$$\theta = r_1 + r_2, \quad (1)$$

$$\varphi = (\varphi_1 - r_1) + (\varphi_2 - r_2) = (\varphi_1 + \varphi_2) - (r_1 + r_2) = \varphi_1 + \varphi_2 - \theta, \quad (2)$$

где $\varphi_1, r_1, \varphi_2, r_2$ – углы падения и преломления на соответствующих гранях призмы.

По закону преломления $\sin \varphi_1 = n \sin r_1$ и $\sin \varphi_2 = n \sin r_2$, где n – показатель преломления вещества призмы. Показатель преломления среды, окружающей призму, считаем равным единице. Из законов преломления найдем углы φ_1 и φ_2 и подставим их в (2), тогда

$$\varphi = \arcsin(n \sin r_1) + \arcsin[n(\sin(\theta - r_1))] - \theta. \quad (3)$$

Возьмем производную по r_1 и приравняем ее нулю

$$\varphi'_{r_1} = \frac{n \cos r_1}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 r_1}} - \frac{n \cos(\theta - r_1)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2(\theta - r_1)}} = 0.$$

Отсюда следует, что $r_1 = \frac{\theta}{2}$ или с учетом (1)

$$r_1 = r_2 = \frac{\theta}{2}. \quad (4)$$

Следовательно, угол отклонения φ минимален (такой угол называется *углом наименьшего отклонения*) при симметричном относительно преломляющих граней ходе лучей в призме. Если призма равнобедренная, то луч в призме параллелен грани, лежащей против преломляющего угла (рис. 3).

Подставив (4) в (3), найдем угол наименьшего отклонения

$$\varphi_{\min} = 2 \arcsin\left(n \sin \frac{\theta}{2}\right) - \theta. \quad (5)$$

Так как показатель преломления материала призмы зависит от длины волны λ , то и угол наименьшего отклонения φ будет различным для излучений разных длин волн. Поэтому призму можно применять в качестве диспергирующего элемента в спектральных приборах.

Соотношение (5) можно использовать для определения показателя преломления призмы. Действительно, из (5) следует, что

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\theta + \varphi_{\min}}{2}\right)}{\sin\frac{\theta}{2}}. \quad (6)$$

Измерив углы θ и φ_{\min} , можно по формуле (6) рассчитать величину n для различных длин волн и построить дисперсионную кривую $n(\lambda)$.

2. Характеристики призмного спектрального аппарата

Основные характеристики спектральных приборов:

- а) угловая и линейная дисперсии;
- б) разрешающая способность (и разрешающая сила);
- в) дисперсионная область.

а) *Дисперсия*

Угловой дисперсией прибора называется величина

$$D_{\varphi} = \frac{d\varphi}{d\lambda}, \quad (7)$$

где $d\varphi$ – угол между лучами с длинами волн λ и $\lambda + d\lambda$ (см. рис. 1). Она характеризует скорость изменения угла отклонения светового пучка в приборе при изменении длины волны.

Линейной дисперсией называется величина

$$D_l = \frac{dl}{d\lambda}, \quad (8)$$

где dl – линейное расстояние на экране (см. рис. 1) между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $d\lambda$. При малых углах φ величина $dl \cong f_2 d\varphi$, где f_2 – фокусное расстояние камерного объектива O_2 .

Линейная дисперсия связана с угловой соотношением

$$D_l = f_2 D_{\varphi} = \frac{f_2 d\varphi}{d\lambda}. \quad (9)$$

Дифференцированием (6) по λ находим

$$D\varphi = \frac{d\varphi_{\min}}{d\lambda} = \frac{2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta + \varphi_{\min}}{2}\right)} \cdot \frac{dn}{d\lambda} = \frac{2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}} \cdot \frac{dn}{d\lambda}, \quad (10)$$

где $\frac{dn}{d\lambda}$ – дисперсия материала призмы.

Угловая дисперсия призмы в положении наименьшего отклонения зависит от преломляющего угла θ , показателя преломления n вещества призмы и дисперсии материала призмы.

Поэтому призмы спектральных приборов делают из стекол с возможно большим коэффициентом преломления и возможно большей дисперсией (из так называемых тяжелых флинтгов). При данном материале призмы угловая дисперсия возрастает с увеличением угла преломления призмы θ , но на практике θ обычно берется равным 60° , так как при больших углах приходится иметь дело со слишком косо падающим на призму пучком света.

Соответственно для линейной дисперсии

$$D_l = 2f_2 \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}} \cdot \frac{dn}{d\lambda}.$$

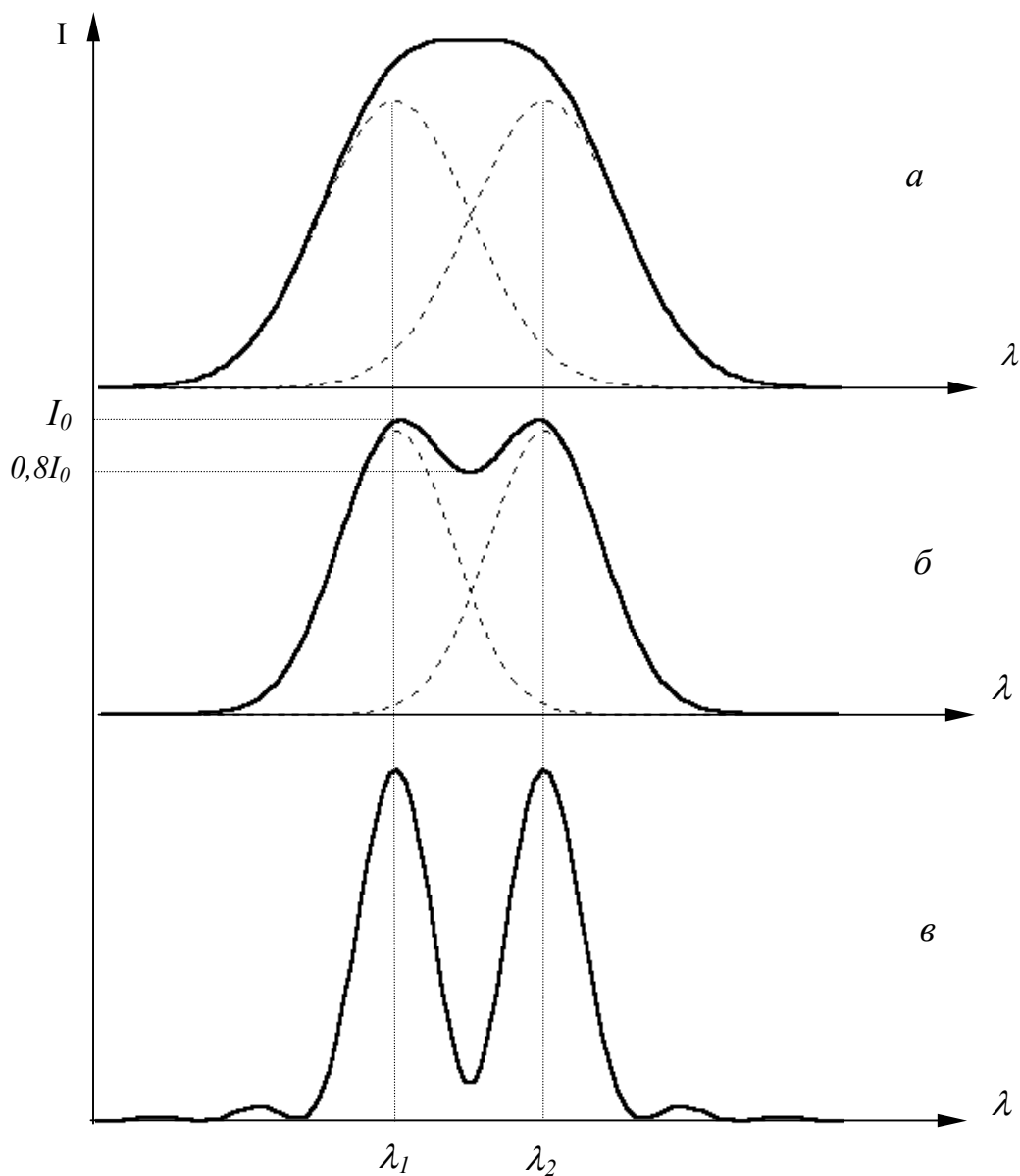
В паспорте спектрального прибора обычно указывается величина, обратная линейной дисперсии: D_l^* – величина интервала длин волн, измеряемого в ангстремах ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$), приходящегося на 1 мм длины спектра

$$D_l^* = \frac{d\lambda}{dl} = \frac{\sqrt{1 - n^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}}{2f_2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \frac{dn}{d\lambda}}. \quad (11)$$

б) Разрешающая способность.

Возможность разрешения (т. е. раздельного восприятия) двух близких монохроматических линий зависит не только от угловой или линейной дисперсии прибора, но также и от ширины этих спектральных линий. На рис. 4 сплошной линией показана результирующая интенсивность двух близких спектральных линий (штриховые кривые), полученные на приборах с одинаковой дисперсией, но с различной

разрешающей способностью (λ_1 и λ_2 – длины волн, соответствующие каждой из линий).



Р и с. 4

В первом случае (рис. 4, *а*) линии очень широкие, они сильно перекрываются и воспринимаются как одна. В третьем случае (рис. 4, *в*) линии узкие, они не перекрываются и воспроизводятся отдельно, т.е. разрешены заведомо. Во втором случае (рис. 4, *б*) считается, что линии находятся на пределе разрешения.

Для количественной характеристики возможности прибора разделять две близкие спектральные линии вводят величину, называемую *разрешающей способностью*:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda_{\min}}, \quad (12)$$

где $\delta\lambda_{\min}$ – предел разрешения – наименьшая разность длин волн, которые могут быть разрешены прибором; λ – длина волны, соответствующая центру провала интенсивности в суммарном контуре.

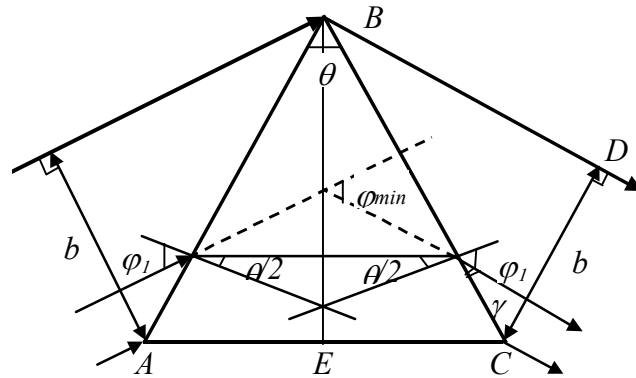
При определении предела разрешения пользуются *критерием Рэлея*, согласно которому две спектральные линии считаются разрешенными, если максимум одной линии совпадает с минимумом другой (рис. 4, б). В этом случае при одинаковой интенсивности обеих исследуемых линий глубина провала интенсивности в суммарном контуре составляет около 20 %.

В реальных приборах происходит уширение спектральных линий, что приводит к снижению разрешающей способности (увеличение предела разрешения $\delta\lambda_{\min}$). Причин такого уширения несколько: *конечный размер входной щели, aberrации объективов, несовершенство изготовления оптических деталей, неточная юстировка прибора и др.* Все перечисленные причины являются техническими и их в той или иной мере можно исключить. Есть еще одна неустранимая причина, связанная с волновой природой света и обусловленная дифракцией световых пучков на различных ограничивающих оправах.

Дифракция имеет место во всех случаях, когда происходит ограничение световых пучков, но учитывается только дифракция на том элементе системы, который сильнее всего ограничивает световой пучок. Чаще всего этим элементом является диспергирующий элемент, в нашем случае призма.

Предел разрешения $\delta\lambda_{\text{теор}}$, обусловленный только дифракционным уширением изображения входной щели, происходящим на оправе диспергирующего элемента, называется *теоретическим пределом разрешения*. Ему соответствует теоретическая разрешающая способность. Прибор с таким действием называется *идеальным*.

Рассчитаем теоретическую разрешающую способность прибора в предположении, что световые пучки сильнее всего ограничиваются оправой призмы, и призма установлена в положение наименьшего отклонения. Дифракция на призме уподобляется дифракции на щели, ширина которой определяется шириной волнового фронта, пропускаемого призмой по данному направлению (рис. 5).



Р и с. 5

$$\varphi_1 = \frac{\theta + \varphi_{\min}}{2}, \quad \varphi_1 + \gamma = \frac{\pi}{2}.$$

Согласно теории дифракции плоской волны на щели, угловая полуширина главного дифракционного максимума, или угловая величина $\delta\varphi$ уширения линии, определяется из условия

$$b \sin \delta\varphi = \lambda.$$

Поскольку $b \gg \lambda$, то угол дифракции мал, так что

$$\delta\varphi = \frac{\lambda}{b}. \quad (13)$$

Величину b можно найти из рис. 5:

$$\frac{b}{BC} = \sin \left[\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\theta + \varphi_{\min}}{2} \right) \right] = \cos \left(\frac{\theta + \varphi_{\min}}{2} \right),$$

$$\frac{AC}{2BC} = \sin \frac{\theta}{2},$$

откуда получаем

$$b = t \frac{\cos \left(\frac{\theta + \varphi_{\min}}{2} \right)}{2 \sin \left(\frac{\theta}{2} \right)}, \quad (14)$$

где $AC = t$ – длина основания (база) призмы.

Пусть у нас есть две близкие спектральные линии с длиной волны λ и $\lambda + \delta\lambda_{\text{теор}}$, каждая из них испытывает дифракционное уширение, определяемое формулой (13). Угловое расстояние $\delta\varphi_{\text{теор}}$ между этими линиями определяется угловой дисперсией прибора и равно

$$\delta\varphi_{\text{теор}} = \frac{d\varphi}{d\lambda} \cdot \delta\lambda_{\text{теор}}. \quad (15)$$

Если угловое расстояние $\delta\varphi_{\text{теор}}$, обусловленное угловой дисперсией, будет равно дифракционному уширению $\delta\varphi$, то такие линии, согласно критерию Рэлея, будут разрешены. Следовательно, условие разрешения запишется в виде

$$\delta\varphi = \delta\varphi_{\text{теор}}. \quad (16)$$

И тогда из (13–16) с учетом (10) следует, что

$$\frac{\lambda 2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{t \cos\left(\frac{\varphi_{\min} + \theta}{2}\right)} = \frac{2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta + \varphi_{\min}}{2}\right)} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \delta\lambda_{\text{теор}}$$

или

$$R_{\text{теор}} = \frac{\lambda}{\delta\lambda_{\text{теор}}} = t \frac{dn}{d\lambda}, \quad (17)$$

т. е. разрешающая способность идеального призмленного спектрального прибора зависит от размера ее базы t и дисперсии показателя преломления $dn/d\lambda$ вещества призмы.

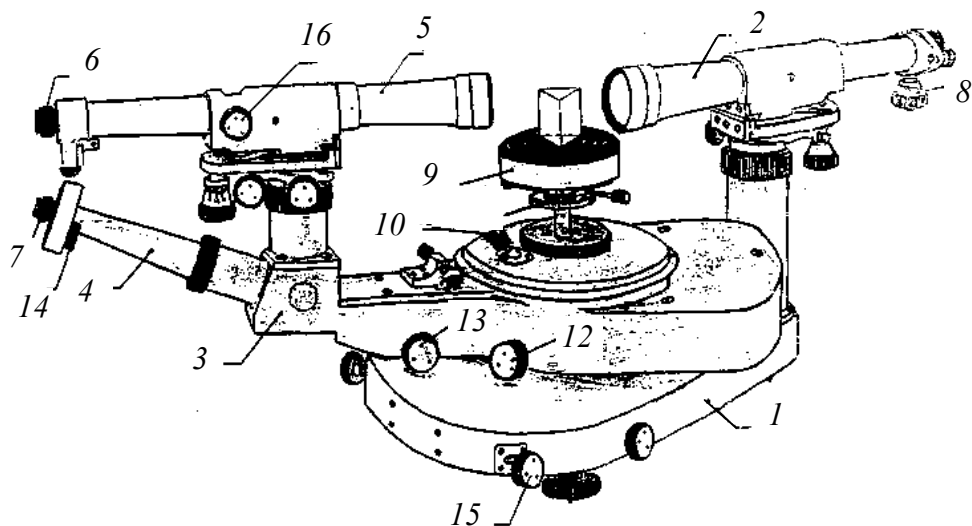
Реальная разрешающая способность всегда меньше теоретической, так как вследствие дополнительных причин уширения спектральных линий, реальный предел разрешения всегда больше теоретического.

3. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

В данной работе используется гониометр-спектрометр, который не только разлагает излучение источника в спектр, если дополнительно использовать диспергирующий элемент – призму, – но и позволяет измерить углы наименьшего отклонения (φ_{\min}) для различных длин волн и преломляющий угол призмы θ .

Общий вид прибора изображен на рис. 6. На основании 1 крепятся входной коллиматор 2, поворотная стрела 3 с микроскопом 4 и зрительной трубой 5.

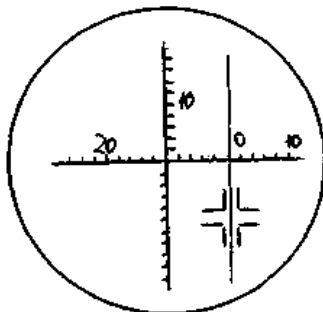
В зрительную трубу рассматривают изображение щели входного коллиматора, освещенной излучением ртутной лампы ДРШ-250, которая служит в качестве источника света. Ширину щели можно регулировать микрометрическим винтом 8.



Р и с. 6

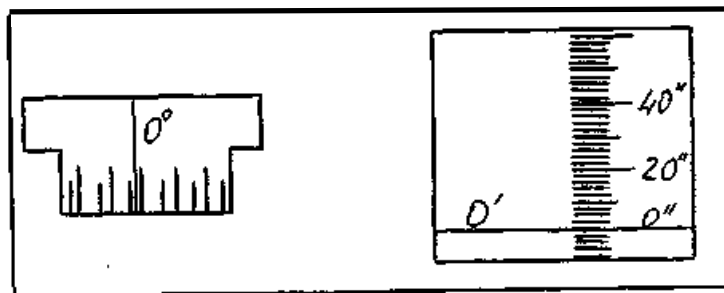
- 1—основание спектроסקопа;
- 2—входной коллиматор;
- 3—поворотная стрела;
- 4—отсчетный микроскоп;
- 5—зрительная труба;
- 6,7—окулярные гайки зрительной трубы и микроскопа;
- 8—микрометрический винт регулировки ширины входной щели;
- 9—поворотный столик для призмы;
- 10—стопорный винт поворотного столика;
- 11—винты юстировки уровня столика с призмой;
- 12—стопорный винт поворотной стрелы;
- 13—винт точной наводки изображения щели на перекрестие;
- 14—винт перемещения вертикальной шкалы микроскопа;
- 15—винт установки нулевого отсчета;
- 16—винт наведения резкости изображения входной щели коллиматора.

В поле зрения трубы (рис. 7) видны вертикальная и горизонтальная шкалы и двойной визирный крест, в центр которого и подводят измеряемую линию. Резкость шкал устанавливается поворотом окулярной гайки 6.



Р и с. 7

Значение измеряемого угла определяется при помощи микроскопа 4, в поле зрения которого также имеется горизонтальная и вертикальная шкалы (рис. 8). Резкость этих шкал устанавливается при помощи окулярной гайки 7. Призма помещается на столике 9.



Р и с. 8

4. Порядок выполнения работы

1. Включить блок питания ртутной лампы в сеть, включить тумблер “Сеть” и нажать кнопку поджига. Дать прогреться лампе 10–15 минут.

Погасшую лампу можно повторно включать только после ее охлаждения!

2. Включить освещение шкал зрительной трубы и микроскопа с помощью тумблеров, которые расположены на блоке питания гониометра и на левой стороне его основания.

3. Поворачивая окулярную гайку 6 зрительной трубы и гайку 7 микроскопа (рис. 6), добиваются хорошей видимости их шкал. Визир-

ную черту вертикальной шкалы микроскопа винтом 14 устанавливают на нуль (рис. 8).

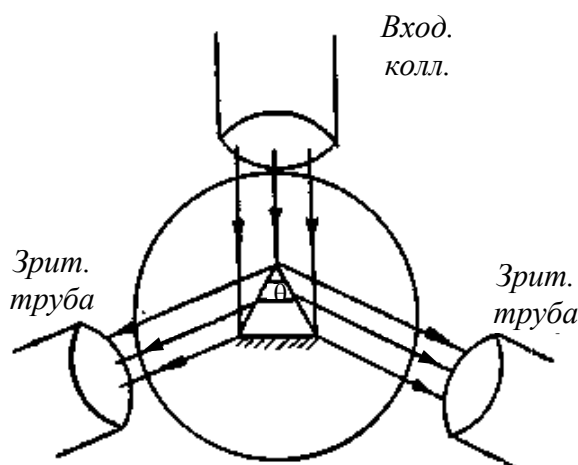
4. В поле зрения зрительной трубы должно находиться белое изображение входной щели коллиматора, резкость которого регулируется с помощью винта 16. Ширина щели микрометрическим винтом δ должна быть подобрана так, чтобы изображение ее было по-возможности более узким, но в то же время имело яркость, достаточную для наблюдения.

5. Если в поле зрения нет изображения входной щели или оно не в центре, то при отжатом винте 12, наблюдая в зрительную трубу, за кронштейн поворотной стрелы 3 (*но не за зрительную трубу*) поворачивают ее так, чтобы изображение щели оказалось в середине двойного креста (рис. 7). Зажав после этого винт 12, более точную наводку осуществляют при помощи винта 13. **После точной наводки винт 12 отжать!**

На горизонтальной шкале микроскопа должен быть в этом случае нуль (рис. 8). Если этого нет, то нуль устанавливается с помощью винта 15.

Прибор готов к измерениям.

6. Чтобы определить преломляющий угол призмы θ , надо расположить ее на столике основанием (зачерненная грань) к наблюдателю (рис. 9).



Р и с. 9

С помощью зрительной трубы найти изображение щели, полученное при отражении света от правой, а затем от левой грани призмы. Снять отсчеты по шкалам отсчетного микроскопа (ψ_1, ψ_2) для обоих положений зрительной трубы, тогда искомый угол будет равен полусумме углов ψ_1 и $(360^\circ - \psi_2)$, т. е.

$$\theta = \frac{1}{2} [\psi_1 + (360^\circ - \psi_2)]. \quad (18)$$

Установку зрительной трубы на изображение щели производить так, как описано в пункте 5, т. е. сначала грубо за кронштейн поворотной стрелы, а затем более точно с помощью винта.

7. При повороте стрелы горизонтальная шкала в поле зрения микроскопа перемещается, а вертикальная шкала остается неподвижной (рис. 10).

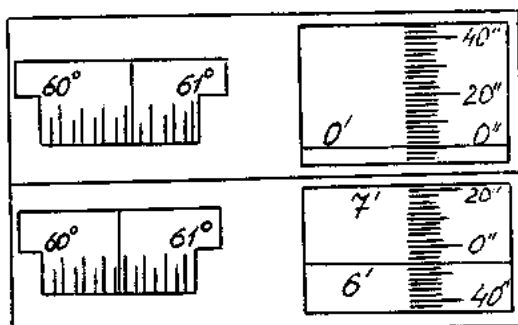


Рис. 10

Для точного измерения углов [ψ_1 (ψ_2)] визирную черту горизонтальной шкалы микроскопа винтом 14 (рис. 6) подводят к ближайшему левому делению. Показания вертикальной шкалы при этом изменятся (рис. 10). Отсчет определится суммой показаний горизонтальной и вертикальной шкал микроскопа. По горизонтальной шкале отсчитываются градусы и десятки минут, а по вертикальной – минуты и секунды. Например, на рис. 10 угол равен $60^\circ 36' 54''$.

8. Повернув призму так, как показано на рис. 11, приступаем к определению углов наименьшего отклонения (φ_{\min}) для различных линий спектра, который в этом случае должна дать призма.

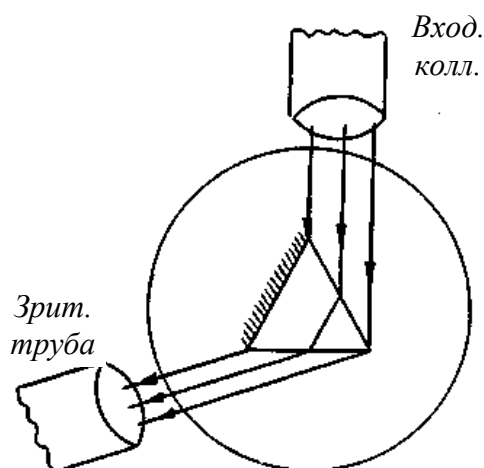


Рис. 11

Сначала можно невооруженным глазом найти направление на спектр, перемещая глаз в пределах грани призмы, а затем подвести к этому направлению зрительную трубу. При необходимости спектр можно сдвинуть вверх или вниз с помощью юстировочных винтов *11* (рис. 6).

9. Наблюдая в зрительную трубу за измеряемой линией, надо медленно поворачивать столик с призмой, отжав винт *10*, вокруг вертикальной оси. При этом спектр смещается сначала в одну сторону, а затем в противоположную. Найти такое положение призмы, при котором изменяется направление смещения спектра, зажать винт *10* и снять отсчет, соответствующий остановке линии. Отсчет проводить так, как описано в пункте 7. Он будет соответствовать углу наименьшего отклонения для данной линии.

Этот пункт повторяется для каждой спектральной линии и находится φ_{\min} .

З А Д А Н И Е

1. Подготовить установку к измерениям, как описано в п.п. 1–5.
2. Измерить преломляющий угол θ призмы по методике, описанной в пп. 6,7.
3. Измерить углы наименьшего отклонения для двух фиолетовых, трех синих, сине-зеленой, зеленой, двух желтых и наиболее яркой красной линии (пп. 8, 9).
4. Вычислить показатель преломления по формуле (6) для каждой указанной выше спектральной линии и построить дисперсионную кривую $n(\lambda)$, откладывая по оси абсцисс λ , а по оси ординат $-n$. Длины волн спектральных линий атомов ртути в видимой части спектра даны в приложении.
5. По результатам измерений двух близких фиолетовых и желтых линий определить угловую дисперсию призмы, выраженную в угловых минутах на ангстрем (\AA), учитывая, что для близких

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

6. Для этих же областей рассчитать линейную дисперсию, выраженную в $mm/\text{\AA}$, при $f_2 = 400\text{ мм}$.

$$D_1 = f_2 \frac{d\varphi}{d\lambda},$$

7. Угловую дисперсию, обратную линейную дисперсию и разрешающую способность призмы для тех же спектральных участков рассчитать по формулам (10), (11) и (17). Значения показателя преломления n и дисперсии $dn/d\lambda$ определить по дисперсионной кривой в соответствующих ее точках. Сравнить между собой полученные результаты. Ширина основания призмы t указана на установке.

Все измерения и расчеты (см. пп. 2–7) выполнить для двух призм, изготовленных из стекол различных марок. Полученные результаты сравнить между собой.

Программы для выполнения расчетов прилагаются.

ВОПРОСЫ

1. Что такое угол наименьшего отклонения призмы и как он связан с показателем преломления?
2. Каковы основные характеристики спектральных приборов и как они определяются для спектроскопа с призмой?
3. Какую из исследованных призм лучше использовать в спектральном приборе?

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландсберг Г.С. Оптика. 5-е изд. М.: Наука, 1976. §§ 154–156.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Оптика. М.: Наука, 1980. §§ 49, 84–86.
3. Физический практикум / Под ред. Г.С. Кембровского. Мн.: Университетское, 1986. Работа № 43.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Длины волн спектральных линий атомов ртути в видимой части спектра

λ , Å	Цвет	Интенсивность
4046,77	фиолетовый	7
4077,8	фиолетовый	7
4339,01	синий	6
4347,50	синий	6
4358,34	синий	10
4916,0	сине-зеленый	10
5460,72	зеленый	10
5769,60	желтая	10
5790,66	желтая	10
6123,46	красная	5
6234,35	красная	4