

## Работа 4. ИНТЕРФЕРОМЕТР РЭЛЕЯ

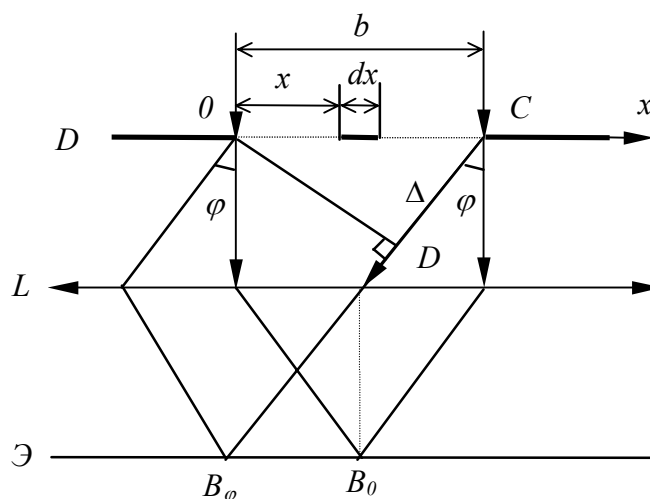
*Цель работы:* 1. Изучить устройство и принцип работы интерферометра Рэлея.  
2. Измерить поляризуемость молекул воздуха.

Измерение показателя преломления является важным средством установления состава газовых смесей. Между тем показатели преломления газов, содержащих небольшое количество примесей, имеют значения, отличающиеся от показателя преломления основной компоненты лишь в пятом–седьмом десятичных знаках. Для того чтобы проводить измерения с такой точностью, необходимо использовать интерферометрические методы, позволяющие регистрировать разности показателей преломления до седьмой и даже восьмой цифры после запятой.

Одним из приборов, обеспечивающих такую точность, является *интерференционный рефрактометр (интерферометр Рэлея)*, принцип действия которого основан на явлении дифракции плоской волны на двух параллельных идентичных щелях.

### 1. Дифракция Фраунгофера на двух щелях

При падении плоской волны на две узкие длинные щели происходит дифракция света на каждой щели и интерференция дифрагировавших лучей, что приведет к сложному пространственному перераспределению энергии волны. Найдем его.



Р и с. 1

Рассмотрим сначала дифракцию плоской (*дифракция Фраунгофера*) монохроматической волны (длина волны  $\lambda$ , частота  $\omega$ ), которая падает нормально на одну длинную щель шириной  $b$  (рис. 1). Направим ось  $OX$  перпендикулярно щели и будем учитывать дифракцию только вдоль этой оси, так как щель длинная.

Световое поле за щелью найдем по принципу Гюйгенса как результат интерференции когерентных вторичных волн, исходящих из различных участков волнового фронта на щели.

Разобьем открытую часть волнового фронта на параллельные краям щели элементарные участки шириной  $dx$ . Вторичные волны, посылаемые участками под углом  $\varphi$  к нормали или к оптической оси линзы  $L$ , в фокальной плоскости которой установлен экран  $\mathcal{E}$ , соберутся в некоторой точке экрана  $B_\varphi$ . Каждый участок создаст в точке  $B_\varphi$  колебания типа  $dE = dA \cos(\omega t - \delta)$  или

$$dE = dA \exp[i(\omega t - \delta)]. \quad (1)$$

Амплитуда колебания  $dA$  зависит от площади участка, т. е. пропорциональна ширине его  $dx$ , так что можно записать

$$dA = c dx,$$

где коэффициент пропорциональности  $c$ , не зависящий от угла  $\varphi$ , можно найти из условия, что алгебраическая сумма амплитуд колебаний, посылаемых в точку  $B_0$  всеми участками, равна  $A_0$ . Ее можно найти, проинтегрировав  $dA$  по всей ширине щели:

$$A_0 = \int_0^b c dx = cb, \quad \text{отсюда} \quad c = \frac{A_0}{b},$$

следовательно,

$$dA = \frac{A_0}{b} dx. \quad (2)$$

Теперь определим фазовые соотношения между отдельными колебаниями. Для этого сопоставим фазы колебаний, создаваемых в точке  $B_\varphi$  элементарными участками с координатами  $0$  и  $x$  (рис. 1).

Оптические пути  $OB_\varphi$  и  $DB_\varphi$  одинаковые (таутохронные). Поэтому разность фаз между рассматриваемыми колебаниями образуется только на пути  $CD = x \sin \varphi$  (разность хода  $\Delta$ ). Если фазу колебания, создаваемого участком, примыкающим к левому краю щели ( $x = 0$ ),

положить равной  $\omega t$ , то фаза колебания, создаваемого участком с координатой  $x$ , будет равна

$$\omega\left(t - \frac{\Delta}{v}\right) = \omega t - \frac{\omega}{v} \Delta = \omega t - k\Delta = \omega t - kx \sin \varphi, \quad (3)$$

где  $v$  – скорость волны,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число.

После подстановки (2) и (3) в (1) получаем

$$dE = \frac{A_0}{b} \exp[i(\omega t - kx \sin \varphi)] dx. \quad (4)$$

Тогда возмущение, посылаемое всей щелью по этому направлению:

$$E = \frac{A_0}{b} e^{i\omega t} \int_0^b e^{-ikx \sin \varphi} dx = \frac{A_0}{b} e^{i\omega t} \frac{1}{-i k \sin \varphi} e^{-i k \sin \varphi} \Big|_0^b = \frac{A_0}{b} \left[ e^{-i k b \sin \varphi} - 1 \right].$$

$$\cdot \frac{e^{i\omega t}}{-i k \sin \varphi} = \frac{A_0}{b} \left[ e^{-\frac{i k b \sin \varphi}{2}} - e^{\frac{i k b \sin \varphi}{2}} \right] \cdot e^{-\frac{i k b \sin \varphi}{2}} \cdot \frac{e^{i\omega t}}{-i k \sin \varphi} = A_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{k b \sin \varphi}{2}\right)}{\frac{k b \sin \varphi}{2}} \right].$$

$$\cdot e^{i\left(\omega t - \frac{k b \sin \varphi}{2}\right)}.$$

(5)

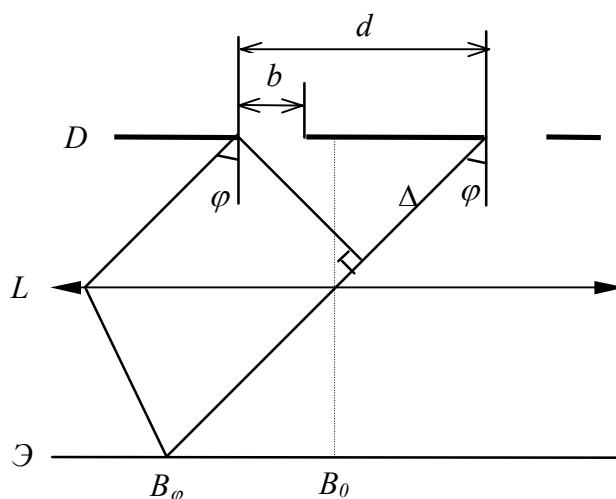
Модуль выражения, стоящего в квадратных скобках, определяет амплитуду  $A'_\varphi$  результирующего колебания, создаваемого всей щелью в точке  $B_\varphi$ , т. е.

$$A'_\varphi = A_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{k b \sin \varphi}{2}\right)}{\frac{k b \sin \varphi}{2}} \right]. \quad (6)$$

Для дифракции Фраунгофера на двух щелях, реализуемой в интерферометре Рэлея, надо учесть интерференцию световых пучков от обеих щелей при когерентном их освещении. Применим формулу интерференции:

$$A_\varphi^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \delta, \quad (7)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  – амплитуды колебаний в волнах, посылаемых в некотором направлении  $\varphi$  каждой щелью;  $\delta$  – разность фаз между этими колебаниями. Если обе щели имеют одинаковую ширину  $b$ , а расстояние между ними  $d$  (рис. 2), то  $A_1 = A_2 = A'_\varphi$ .



Р и с. 2

Кроме того,  $\delta = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi$ , так что из (7)

$$A_{\varphi}^2 = 2A_1^2 (1 + \cos \delta) = 2(A'_{\varphi})^2 (1 + \cos \delta). \quad (8)$$

Тогда с учетом формул (6) и (8)

$$I_{\varphi} = A_{\varphi}^2 = 2A_0^2 \left[ \frac{\sin\left(\frac{kbsin\varphi}{2}\right)}{\frac{kbsin\varphi}{2}} \right]^2 \cdot \left[ 1 + \cos\left(\frac{2pdsin\varphi}{l}\right) \right] =$$

$$= 4I_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{kbsin\varphi}{2}\right)}{\frac{kbsin\varphi}{2}} \right]^2 \cdot \cos^2\left(\frac{pdsin\varphi}{l}\right), \quad (9)$$

$$I_0 = A_0^2.$$

Соотношение (9) описывает распределение интенсивности света  $I_{\varphi}$  на экране в результате дифракции плоской волны на двух щелях (экран наблюдения, диафрагма со щелями и линза параллельны друг другу).

Величина  $I_{\varphi}$  обращается в нуль для углов  $\varphi$ , удовлетворяющих условию

$$b \sin \varphi = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (10)$$

Это главные минимумы дифракционной картины. По этим направлениям ни одна из щелей, согласно (6), не создает колебаний.

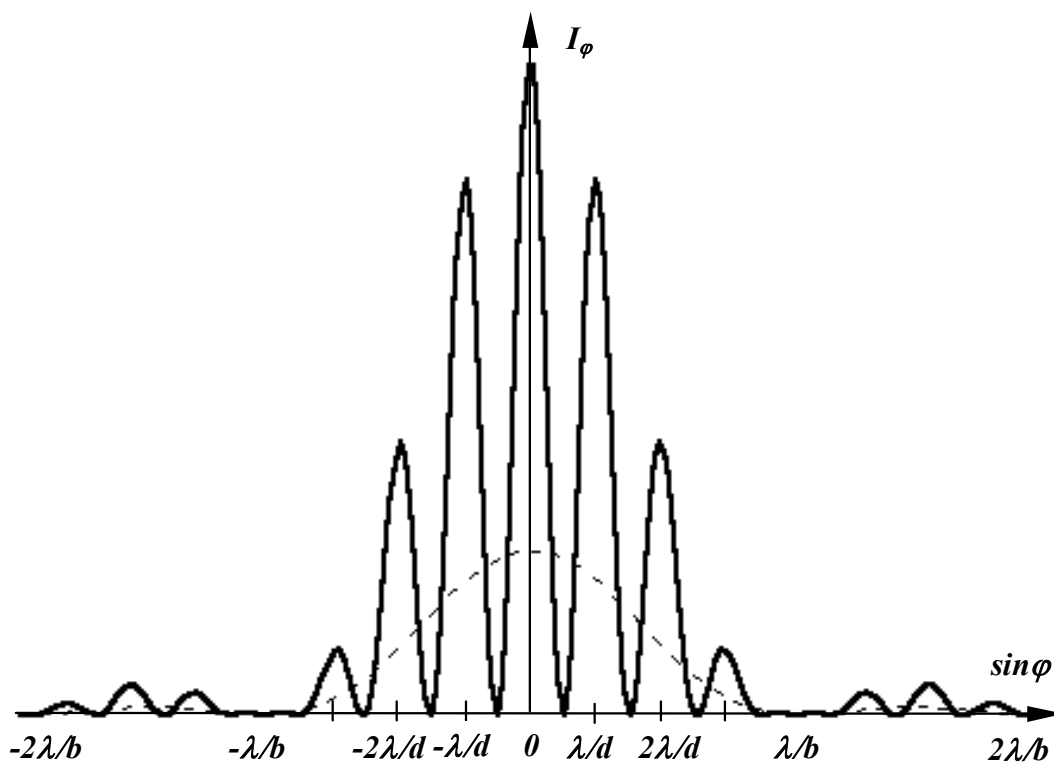
Главные максимумы, когда действие одной из щели усиливает действие другой, будет наблюдаться для углов, определяемых соотношением

$$d \sin \varphi = l \lambda, \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (11)$$

Вследствие взаимной интерференции лучей от обеих щелей возникнут еще дополнительные минимумы, соответствующие углам дифракции, для которых

$$d \sin \varphi = \left( l + \frac{1}{2} \right) \lambda, \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (12)$$

Графическое распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на двух щелях (для  $d/b = 4$ ) представлено на рис. 3.

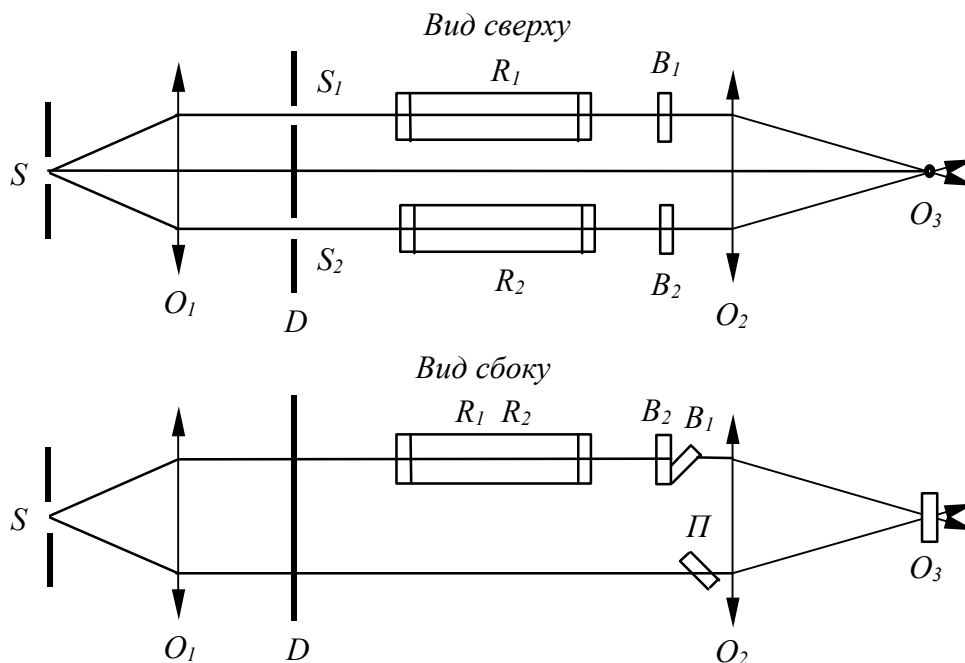


Р и с. 3

Пунктиром изображено распределение интенсивности при дифракции на одной щели.

## 2. Устройство и принцип работы интерферометра Рэлея

Схема интерферометра ИТР-1 в двух разрезах представлена на рис. 4.



Р и с. 4

Узкая ярко освещенная щель  $S$  служит источником света, расположенным в фокальной плоскости объектива  $O_1$ , который вместе со щелью составляет коллиматор прибора. Параллельный пучок лучей, выходящих из коллиматора, проходит диафрагму  $D$  с двумя щелями  $S_1$  и  $S_2$ , параллельными  $S$ , и две одинаковые трубки-кюветы  $R_1$  и  $R_2$ , в которые вводятся исследуемые газы или жидкости. В результате интерференции света, испытавшего дифракцию на щелях  $S_1$  и  $S_2$ , в фокальной плоскости объектива  $O_2$  вместо одного изображения щели  $S$  образуется целая последовательность изображений источника-щели (максимумы разных порядков интерференционной картины).

Точное распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы  $O_2$  следует из теории дифракции Фраунгофера и задается формулой (9).

Помещение газовых кювет в пучки света требует значительного увеличения расстояния между щелями  $S_1$  и  $S_2$ . Вследствие этого интерференционные полосы располагаются тесно, и для их наблюдения необходимо большое увеличение. Ширина щели также не может быть большой, и, следовательно, яркость картины невелика. Но так как увеличение требуется только в направлении, перпендикулярном к полосам, то для этой цели хорошо подходит цилиндрический окуляр  $O_3$

в виде тонкой стеклянной палочки с длинной осью, параллельной полосам. Картина, рассматриваемая таким образом, значительно ярче, чем при использовании сферического окуляра.

Применение цилиндрического окуляра имеет еще и другое важное преимущество, позволяя получить вторую фиксированную систему полос с таким же расстоянием между полосами, как и у главной, но образованную светом от источников  $S_1$  и  $S_2$ , прошедшим ниже газовых кювет, которые занимают только верхнюю часть пространства между объективом  $O_1$  коллиматора и объективом  $O_2$  зрительной трубы (см. рис. 4, вид сбоку).

Вторая система полос может служить шкалой для отсчета.

С помощью стеклянной пластинки  $P$  эту шкалу смещают по вертикали так, чтобы ее верхний край соприкасался с нижним краем главной системы. Резкая линия раздела между ними – это край пластинки  $P$ , наблюдаемой через линзу  $O_2$ . Определение смещения главной системы полос, обусловленного изменением оптических путей в кюветах  $R_1$  и  $R_2$ , целиком зависит от остроты зрения глаза, которая вообще говоря, велика, и таким способом можно обнаружить смещения, примерно равные  $1/40$  порядка. Случайные смещения в оптической системе также становятся менее существенными, так как сказываются одновременно на обеих системах полос. В зависимости от разности показателей преломления  $n_1$  и  $n_2$  веществ, помещенных в кюветах  $R_1$  и  $R_2$ , верхняя система полос относительно нижней будет смещена ту или иную сторону. Измеряя величину смещения, можно определить оптическую разность хода  $\Delta$  между лучами, идущими через кюветы  $R_1$  и  $R_2$ , а также разность показателей преломления  $\Delta n = n_1 - n_2$ , поскольку

$$\Delta = L \cdot n_2 - L \cdot n_1 = L(n_2 - n_1) = L \cdot \Delta n, \quad (13)$$

где  $L$  – длина кювет.

На практике удобнее компенсировать оптическую разность хода, а не считать полосы. Это делается следующим образом: свет, выходящий из кювет, проходит через тонкие стеклянные пластинки  $B_1$  и  $B_2$ , одна из которых неподвижна, а другая (например,  $B_1$ ) может вращаться вокруг горизонтальной оси, что позволяет плавно изменять оптическую длину пути света, выходящего из  $S_1$ . Такой компенсатор калибруется для того, чтобы по величине угла поворота пластинки определить возникшую оптическую разность хода между лучами. Калибровочный график прилагается.

### 3. Применение интерферометра для измерения поляризуемости газов

В данной работе интерферометр Рэлея используется для исследования зависимости показателя преломления воздуха от давления, из которой можно рассчитать очень важный молекулярный параметр – поляризуемость  $\alpha$ . Чем выше поляризуемость, тем больший дополнительный электрический момент  $\vec{P}$  приобретают молекулы газа в данном электрическом поле  $\vec{E}$ , причем имеет место соотношение

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}. \quad (14)$$

Как известно, поляризуемость в свою очередь связана с электрической восприимчивостью  $\chi$  и проницаемостью  $\varepsilon$  следующим соотношением

$$\varepsilon = 1 + N\alpha = 1 + \chi, \quad (15)$$

где  $N$  – число молекул в единице объема. Известно также, что через диэлектрическую  $\varepsilon$  и магнитную  $\mu$  проницаемости можно выразить показатель преломления среды:

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu}. \quad (16)$$

В быстро изменяющемся поле (для световой волны частота  $\nu \sim 10^{14} \div 10^{16} \text{ Гц}$ ), когда время поворотной релаксации молекул больше периода колебаний поля, проявляется только электронная поляризация. Кроме того, практически для всех сред  $\mu = 1$ , так что

$$n = \sqrt{\varepsilon} \quad \text{или} \quad \varepsilon = n^2.$$

Следовательно, формула (15) примет вид:

$$n^2 = 1 + N\alpha.$$

Запишем последнее соотношение так:

$$n^2 - 1 = N\alpha. \quad (17)$$

При атмосферном давлении показатель преломления воздуха очень мало отличается от единицы (на величину порядка  $10^{-4}$ ), так что

$$n^2 - 1 = (n+1)(n-1) \approx 2(n-1),$$

и выражение (17) перепишется в виде

$$n - 1 = \frac{N\alpha}{2}. \quad (18)$$

Давление газа

$$P = NkT, \quad (19)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура газа.

Из (18) и (19) получим



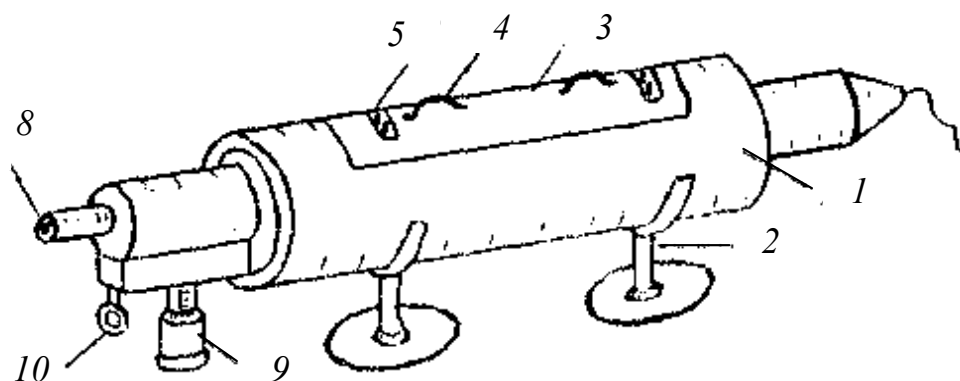
$$n - 1 = \frac{\alpha P}{2kT}. \quad (20)$$

Следовательно, зависимость  $n = f(P)$  линейная и поэтому по экспериментальной зависимости  $n$  от  $P$  можно определить  $\Delta n/\Delta P$  и  $\alpha$ , так как

$$\alpha = 2kT \frac{\Delta n}{\Delta P}. \quad (21)$$

### Порядок выполнения работы

Общий вид интерферометра представлен на рис. 5.



Р и с. 5

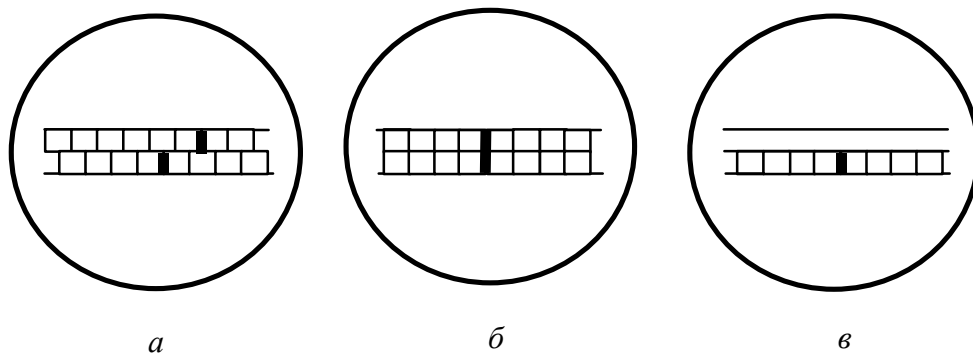
Кожух прибора  $1$  установлен на подставках  $2$ . Во время работы кожух прибора закрывается крышкой  $3$ . Крышка имеет две ручки  $4$ . На крышке прибора имеются отверстия  $5$ , которые служат для вывода шлангов при работе с газовыми кюветами. Питание осветительной лампочки производится от сети переменного тока через понижающий трансформатор.

В приборе установлены две кюветы. В одной кювете  $R_1$  находится воздух при обычном атмосферном давлении. Во вторую кювету  $R_2$  (рис. 4) с помощью насоса Камовского можно нагнетать воздух, а при помощи крана, расположенного на насосе, давление в кювете  $R_2$  можно уменьшить. Измерение давления в кювете производится с помощью водяного манометра.

Включим в сеть трансформатор и настроим интерферометр при одинаковом атмосферном давлении в обеих кюветах, когда кран открыт. В этом случае мы снимаем нулевой отсчет. Смотрим в окуляр  $8$  (рис. 5). Мы должны увидеть две системы интерференционных полос, которые из-за неидентичности оптических элементов, установленных

на пути обоих лучей (неодинаковая толщина окошек кювет, пластинок  $B_1$  и  $B_2$ ), могут быть сдвинуты относительно друг друга (рис. 6, *a*).

С помощью микрометрического винта 9 (рис. 5) поворачиваем компенсационную пластину  $B_1$  до тех пор, пока не совпадут обе системы полос (рис. 6, *б*).



Р и с. 6

Притом так как положение дифракционных максимумов и минимумов зависит от длины волны [см. ф-лы (11) и (12)], то интерференционные полосы, наблюдаемые в белом свете, будут окрашенными, кроме полосы, соответствующей центральному максимуму ( $l = 0$ ). Таким образом центр интерференционной картины представится в виде белой полосы (ахроматичной), и совмещение двух систем полос надо проводить по этой ахроматичной полосе.

Снимаем отсчет по микрометрическому винту. Головка винта, снабженного делениями, перемещается относительно шкалы, нанесенной на неподвижном соосном с винтом цилиндре. Полный оборот головки соответствует 100 делениям. Счет оборотов ведется по шкале цилиндра. Для облегчения снятия отсчетов перед винтом устанавливается лупа 10. Полученный отсчет обозначим  $m_0$ .

Закрываем кран и увеличиваем давление воздуха во второй кювете с помощью насоса, **м е д л е н н о** вращая его рукоятку по часовой стрелке. Присоединенный к системе баллон выполняет роль балластной емкости, сглаживающей резкие колебания давления в трубке.

Когда верхний уровень воды в манометре поднимется до красной черты, вращение насоса нужно прекратить и, выждав несколько минут, в течение которых воздух в системе примет температуру окружающей среды, приступить к измерениям.

Поскольку мы увеличили давление воздуха в кювете  $R_2$ , то показатель преломления воздуха здесь увеличился, и между лучами, идущими через кюветы  $R_1$  и  $R_2$ , возникает оптическая разность хода

$$\Delta = L \cdot n_2 - L \cdot n_1 = L \cdot \Delta n.$$

Как указывалось выше, это приведет к смещению верхней системы полос относительно нижней. При значительной разности показателей преломления верхняя система полос уйдет из поля зрения окуляра и на ее месте будет видна светлая полоса (рис. 6, в).

Поворачиваем с помощью микрометрического винта стеклянную пластинку  $B_1$ , установленную на пути луча, проходящего через кювету  $R_1$  (рис. 4), до тех пор, пока интерференционные полосы не совместятся. Это означает, что изменение оптического пути одного луча, вызванное поворотом пластинки, станет равным изменению оптического пути второго луча, обусловленному изменением давления. В этом положении пластинки снимем по микрометрическому винту отсчет  $m$ .

Интерферометр снабжен градуировочным графиком, позволяющим по сдвигу интерференционной картины  $\Delta m = m - m_0$  (выраженному в делениях микрометрического винта) найти оптическую разность хода  $\Delta$  лучей в кюветах. Напомним, что здесь  $m_0$  и  $m$  – отсчеты по микрометрическому винту, соответствующие совмещенным системам интерференционных полос при одинаковом (атмосферном) давлении в кюветах и некоторой разности давлений  $\Delta P$ .

Зная  $\Delta$ , можно рассчитать и разность показателей преломления сред, заполняющих кюветы, по формуле:

$$\Delta n = n_2 - n_1 = \frac{\Delta}{L},$$

где  $L = 1 \text{ м}$  – длина кювет.

Приоткрывая кран, ступенями (например, через 3–5 см водяного столба) изменяем разность давления  $\Delta P$  и каждый раз по описанной методике определяем сдвиг полос  $\Delta m$  (и  $\Delta n$ ). Компенсацию сдвига полос для каждого давления производим несколько раз и затем берем среднее значение.

Результаты измерений заносим в табл. 1.

Таблица 1

$\Delta P$ , см. вод. столба	$\Delta P_3$ , н/м <sup>2</sup>	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_{\text{ср}}$	$\Delta m = m_{\text{ср}} - m_0$	$\Delta$ , м	$\Delta n$

### З А Д А Н И Е

1. Зарисовать и объяснить интерференционную картину, когда работает одна и две щели интерферометра.
2. При одинаковом давлении в кюветах, равном атмосферному, определить отсчет  $m_0$  по микровинту, взяв его как среднее из нескольких измерений.
3. Измерить сдвиг полос  $\Delta m$  при разности давления в кюветах от максимальной до нуля, уменьшая ее ступенями в 3÷5 см водяного столба. Для каждой разности давлений компенсацию сдвига производить по 3 раза.
4. Обработку экспериментальных данных можно производить двумя способами:

а) с помощью градуировочного графика найти разность хода  $\Delta$  и по формуле  $\Delta n = \frac{\Delta}{L}$  вычислить для всех значений  $\Delta P$  разность показателей преломления воздуха  $\Delta n$ .

Построить график зависимости  $\Delta n = f(\Delta P)$ , откладывая по оси абсцисс  $\Delta P$ , по оси ординат –  $\Delta n$ .

По наклону графика с помощью формулы  $\alpha = 2kT \frac{\Delta n}{\Delta P}$  определить поляризуемость воздуха;

б) более точные значения поляризуемости можно получить, воспользовавшись методом наименьших квадратов для определения углового коэффициента  $\beta$  аналитической зависимости  $\Delta n = \beta \Delta P$ , где

$$\beta = \frac{\alpha}{2kT} = \frac{\alpha}{AT}, \quad A = 2k \approx 2,762 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}. \quad (7)$$

Согласно методу наименьших квадратов коэффициент описывается выражением:

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta P_i \sum_{i=1}^N \Delta n_i - N \sum_{i=1}^N \Delta P_i \Delta n_i}{\left( \sum_{i=1}^N \Delta P_i \right)^2 - N \sum_{i=1}^N (\Delta P_i)^2}. \quad (8)$$

Программы по обработке данных методом наименьших квадратов прилагаются.

### В О П Р О С Ы

1. Описать дифракцию плоской волны на одной щели. Получить распределение интенсивности в дифракционной картине.
2. Решить задачу дифракции плоской волны на двух щелях.
3. Объяснить физический смысл понятия “оптическая длина пути” и “оптическая разность хода”.
4. Нарисовать оптическую схему интерферометра и объяснить его принцип действия.
5. Объяснить происхождение двух систем интерференционных полос.
6. Каково назначение входной щели интерферометра?

7. Почему в качестве окуляра используется цилиндрическая линза?
8. В чем состоит сущность компенсационного метода измерения оптической разности хода, использованного в данной конструкции интерферометра?
9. Чем определяется направление сдвига интерференционных полос?
10. Как произвести оценку наименьшей разности показателя преломления  $\Delta n$ , которая может быть измерена на интерферометре Рэлея?
11. В чем состоит физический смысл поляризуемости?
12. Вывести формулу, с помощью которой производится определение поляризуемости газа.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Наука, 1976. §§ 39,40,44,45.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. М.: Наука, 1980.
3. Физический практикум / Под ред. Г.С. Кембровского. Мн.: Университетское, 1986.