Министерство высшего и среднего специального
образования БССР

БЕЛОРУССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра физики № I

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к лабораторной работе по курсу "Физика"
"Дисперсия света" для студентов
строительных специальностей

Минск 1986

УДК 535.329 (076.5)

В методических указаниях, предназначенных для студентов строительных специальностей, изложены основные вопросы по теме "Дисперсия света". Описана методика определения показателя преломления призмы с помощью гониометра.

Составили:
А.К.Лохов, Ж.Б.Бондаренко

Рецензенты:
А.М.Зайцева, В.В.Граков, В.А.Чудаков,
С.А.Макаревич

Александр Константинович ЛОХОВ
Жанна Борисовна БОНДАРЕНКО

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторной работе по курсу "Физика"
"Дисперсия света" для студентов
строительных специальностей

Редактор С.В.Кандибо

Подписано в печать 19.11.86.
Формат 60х84 1/16. Бумага т.№2. Офс.печать.
Усл.печ.л.0,7. Уч.-изд.л.0,4. Тир.300. Зак.1416. Бесплатно.
Отпечатано на ротапринте БПИ. 220027, Минск, Ленинский пр., 65.

Цель работы: Изучение явления дисперсии и ознакомление с методами измерения углов с помощью гониометра.

Приборы и принадлежности: трехгранная призма, гониометр, ртутная лампа.

I. ДИСПЕРСИЯ СВЕТА

В наиболее общем случае д и с п е р с и е й с в е т а называют разложение света в спектр.

В более узком смысле дисперсией света называют зависимость показателя преломления вещества от длины волны (частоты) света:

$$n = f(\lambda) = f_1(\omega). \qquad (1)$$

Различают нормальную дисперсию, при которой показатель преломления убывает с ростом длины волны: $(dn/d\lambda) < 0$, и аномальную, при которой показатель преломления растет с увеличением длины волны света: $(dn/d\lambda) > 0$.

Напомним, что абсолютным показателем преломления (для краткости – просто показатель преломления) называют величину, показывающую, во сколько раз фазовая скорость света c в вакууме больше, чем скорость света v в этом веществе:

$$n = \frac{c}{v}. \qquad (2)$$

$n = \frac{c}{v}$

Если свет падает под углом i на границу раздела двух изотропных сред (рис. 1), то относительным показателем преломления n_{21} второй среды относительно первой называют величину:

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} \quad \text{или} \quad n_{21} = \left(\frac{c}{v_2}\right)\left(\frac{v_1}{c}\right) = \frac{n_2}{n_1}, \qquad (3)$$

где n_1 и n_2 – абсолютные показатели соответственно среды 1 и 2.

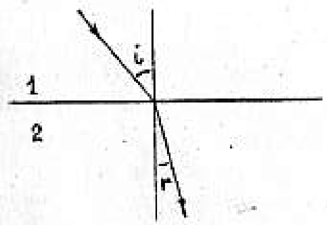

Рис. 1

При этом выполняются законы преломления: а) падающий луч, преломленный луч и перпендикуляр в точке падения лежат в одной плоскости;
б) отношение синуса угла падения к синусу угла преломления r равно относительному показателю преломления:

$$n_{21} = \frac{\sin i}{\sin r}. \qquad (4)$$

Из электромагнитной теории Максвелла следует, что скорость света в среде определяется диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостями среды:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}, \qquad (5)$$

причем для вакуума

$$v_{вак.} = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}. \qquad (6)$$

Для большинства прозрачных диэлектриков μ = I и

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}. \qquad (7)$$

$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$

Подставляя в (5) определение n по формуле (2), находим выражение для показателя преломления:

$$n = \sqrt{\varepsilon}, \quad n^2 = \varepsilon, \qquad (8)$$

где ε – динамическое значение диэлектрической проницаемости, т.е. ее значение в переменном электрическом поле, которое существенно отличается от значения ε в постоянном электрическом поле и зависит от частоты: $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$.

Эта зависимость проницаемости ε, а значит, и показателя преломления n от частоты, т.е. явление дисперсии, не вытекает непосредственно из электромагнитной теории света Максвелла, так как эта теория не учитывает атомистичности строения вещества и рассматривает вещество как сплошную среду.

2. КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДИСПЕРСИИ. ДИСПЕРСИОННАЯ ФОРМУЛА

Дисперсия света возникает в результате в ы н у ж д е н н ы х к о л е б а н и й заряженных частиц – электронов и ионов под действием переменного поля электромагнитной волны. Вторичные волны, излучаемые заряженными частицами при вынужденных колебаниях, отличаются по фазе от приходящей волны и, складываясь с ней, создают волну, распространяющуюся в среде. При этом вполне возможно, что вторичное излучение лишь частично возмещает потерю энергии падающего излучения на раскачивание заряженных частиц, поэтому при процессе переизлучения должно происходить и поглощение энергии падающего света.

Из курса электромагнетизма известно, что если в веществе (диэлектрике) создается электрическое поле $\vec{E}$, диэлектрик поляризуется, и поляризованность $\vec{P}$ (суммарный дипольный момент единицы объема диэлектрика) пропорциональна полю в диэлектрике:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \varkappa \vec{E}, \qquad (9)$$

где $\varkappa$ – диэлектрическая восприимчивость вещества, связанная с соотношением

$$\varepsilon = 1 + \varkappa. \qquad (10)$$

Подставляя в (10) $\varkappa$ из (9), получим

$$\varepsilon = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}. \qquad (11)$$

Для простоты рассмотрим электронную поляризацию в неполярном диэлектрике, т.е. диэлектрике, в котором дипольные моменты атомов в отсутствии внешнего поля равны нулю. Также для простоты будем считать, что в атомах (молекулах) имеется один внешний электрон и ограничимся рассмотрением действия поля на эти внешние электроны, пренебрегая действием поля на остальную часть атома – при обычных интенсивностях света энергии электромагнитной волны, как правило, недостаточно для того, чтобы раскачать ядра.

Как уже отмечалось выше, если электрон оказывается в переменном поле $\vec{E}(t)$ световой волны, он совершает вынужденные колебания с частотой внешнего поля. Обозначим через $x(t)$ смещение электрона под действием электрического поля $\vec{E}(t)$ световой волны. Тогда дипольный момент атома в принятой нами модели равен $p(t) = e\,x(t)$. Если в единице объема имеется N атомов, то по определению поляризованности

$$P(t) = N \cdot e \cdot x(t). \qquad (12)$$

Подставляя (12) в (9), найдем:

$$\varkappa = \frac{N \cdot e \cdot x(t)}{\varepsilon_0 E(t)} \qquad (13)$$

$\varkappa = \frac{N \cdot e \cdot x(t)}{\varepsilon_0 E(t)}$

по формуле (10) и (8)

$n = \frac{c}{v}$

$$n^2 = \varepsilon = 1 + \frac{N e\, x(t)}{\varepsilon_0 E(t)}\ . \qquad (14)$$

На электрон, рассматриваемый как упругий гармонический осциллятор, действуют: квазиупругая (возвращающая) сила $F_1 = -kx$, сила $F_2 = -r\dot{x}$, аналогичная силе трения и введенная для учета поглощения света, и сила со стороны внешнего поля $eE(t)$. Второй закон динамики для электрона запишется в виде:

$$F_1 + F_2 + eE(t) = m\ddot{x} \quad \text{или} \quad m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = eE(t).$$

Обозначив $k/m = \omega_0^2$, $r/m = 2\beta$, получаем уравнение вынужденных колебаний

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{e}{m}E,$$

где m – масса электрона (иона в случае ионной поляризации), β – коэффициент затухания, ω_0 – частота собственных колебаний электрона в атоме. В результате решения этого дифференциального уравнения находят явный вид функции $x(t)$, которая оказывается периодической функцией с комплексной амплитудой. При подстановке полученного для $x(t)$ выражения в (14) получают комплексное выражение для ε. Мнимая часть $Jm\,\varepsilon$ определяет поглощение света в веществе; для действительной части $Re\,\varepsilon$, которую мы опять будем обозначать через ε и которая определяет дисперсию, получается выражение:

$$n^2 = \varepsilon = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\,\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}\ , \qquad (15)$$

Собственные частоты ω_0 и коэффициенты затухания β не могут быть вычислены на основе классической модели. В классической теории на них надо смотреть как на ф о р м а л ь н о в в е д е н н ы е п о с т о я н н ы е. Это же относится и к числу N, которое в рассматриваемой модели является числом осцилляторов в единице объема. В формуле (15) можно перейти от частот к длинам волн $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$. Введя также "длину волны" λ_0, соответствующую собственной частоте колебаний, выражение (15) можно переписать так:

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\,\frac{\lambda_0}{(2\pi c)^2}\,\frac{\lambda^2(\lambda^2 - \lambda_0^2)}{(\lambda^2-\lambda_0^2) + 4\frac{\beta^2\lambda_0^4}{(2\pi c)^2}\lambda^2} = 1 + A\frac{\lambda^2(\lambda^2-\lambda_0^2)}{(\lambda^2-\lambda_0^2)^2 + B\lambda^2}, \quad (16)$$

где $A = \frac{Ne^2}{m_0\varepsilon}\frac{\lambda_0}{(2\pi c)^2}$ и $B = 4\frac{\beta^2\lambda_0^4}{(2\pi c)^2}$. На рисунках 2 и 3 приведены графики формул (15) и (16) соответственно.

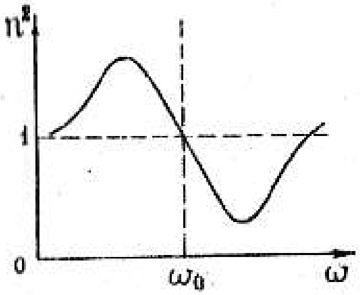

Рис. 2

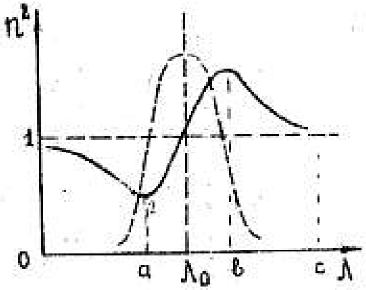

Рис. 3

Участки $0\text{-}a$ и $b\text{-}c$ соответствуют нормальной дисперсии, здесь $(dn/d\lambda) < 0$; на участках $a\text{-}b$ наблюдается аномальная дисперсия: $(dn/d\lambda) > 0$. В области аномальной дисперсии наблюдается сильное поглощение – пунктирная кривая на рис. 3 показывает зависимость коэффициента поглощения от длины волны. Это – область, где частота (длина волны) близка к резонансной. Амплитуда колебаний электрона в рассматриваемой модели настолько велика, что в колебательное движение вовлекаются и ядра (т.е. атомы в целом). Увеличение амплитуды колебаний атомов означает увеличение внутренней энергии вещества. Эта энергия заимствуется у электромагнитной волны, и интенсивность света резко падает.

Формулы (15) и (16) называют классическими дисперсионными формулами.

В области $0\text{-}a$ (рис. 3) показатель преломления n меньше единицы, т.е. фазовая скорость v волны в веществе превышает c. Это не противоречит теории относительности. По теории относительности скорость с и г н а л а не может превышать c. Но сигнал невозможно передать с помощью монохроматической волны – необходимо для этого отправить группу волн. Детальный расчет показывает, что скорость группы волн – групповая скорость, – всегда остается меньшей, чем c – скорость электромагнитных волн в вакууме.

3. ХОД ЛУЧА В ПРИЗМЕ

Рассмотрим ход монохроматического луча сквозь трехгранную призму в простейшем случае, когда падающий луч лежит в плоскости, перпендикулярной к граням призмы. Если показатель преломления среды, окружающей призму, меньше показателя преломления стекла, из которого изготовлена призма, то луч, выходя из призмы, отклонится в сторону, противоположную преломляющему ребру призмы (рис. 3).

Двухгранный угол, заключенный между двумя боковыми гранями призмы, на которых луч преломляется, называется п р е л о м л я ю щ и м у г л о м, а ребро этого угла – п р е л о м л я ю щ и м р е б р о м призмы. От положения призмы относительно направления падающего луча зависит, какой ее угол оказывается преломляющим. Так, для луча 2 на рис. 4 преломляющим будет угол θ.

Угол между продолжениями падающего и выходящего лучей (δ) называется углом о т к л о н е н и я л у ч а призмой (рис. 4).

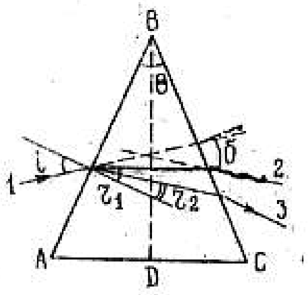

Рис. 4

Его величина зависит при заданном угле падения луча на первую грань AB от величины преломляющего угла призмы θ и от показателя преломления n материала, из которого изготовлена призма.

При заданном угле i и показателе преломления n угол δ зависит от угла падения луча на первую преломляющую грань. Можно показать, что если преломленный луч проходит внутри призмы п е р п е н д и к у л я р н о биссектрисе BD преломляющего угла θ, то угол δ будет иметь наименьшее значение (угол наименьшего отклонения). В этом случае луч проходит через призму симметрично биссектрисе преломляющего угла.

Теперь рассмотрим прохождение б е л о г о луча через призму. Белый луч состоит из множества монохроматических лучей, каждому из которых соответствует определенная величина показателя преломления (рис. 4). Вследствие этого при преломлении на поверхности призмы происходит разложение белого луча (I) на составляющие монохроматические лучи. Изображение светящейся щели коллиматора принимает тогда вид спектра. Больше других из видимых лучей преломляется фиолетовый (3), меньше – красный (2). Наблюдается нормальная дисперсия.

4. ВЫВОД РАБОЧЕЙ ФОРМУЛЫ

Найдем соотношение между показателем преломления призмы n, преломляющим углом θ и углом наименьшего отклонения δ. Пусть на рис. 5 i – угол падения, r – угол преломления луча на гранях AB и AC; MN и $M'N'$ – нормали к этим граням в точках падения и выхода луча; O_1 – точка пересечения продолжений падающего и выходящего лучей; EF – перпендикуляр к биссектрисе AD преломляющего угла θ. Очевидно, EF вследствие симметрии будет биссектрисой угла наименьшего отклонения δ. Вследствие перпендикулярности сторон ($MN \perp AB$ и $GH \perp AD$) $\angle NGH = \angle BAD$, т.е.

$$r = \frac{\theta}{2}. \qquad (18)$$

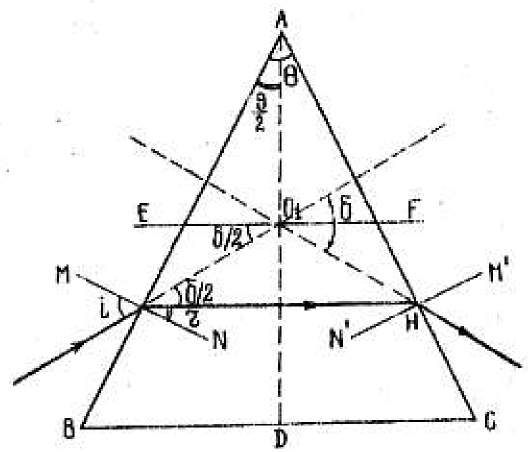

Рис. 5

$n = \frac{c}{\upsilon}$ $\quad n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$

Из чертежа следует также, что

$$i = r + \frac{\delta}{2} . \qquad (1$$

Подставляя в (I9) выражение r через θ (I8), получаем

$$i = \frac{\theta + \delta}{2} . \qquad (2$$

Тогда

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \frac{\theta + \delta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}} . \qquad (2$$

Преломляющий угол призмы задается. Угол наименьшего отклонени измеряется с помощью гониометра.

5. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛА НАИМЕНЬШЕГО ОТКЛОНЕНИЯ ЛУЧА С ПОМОЩЬЮ ГОНИОМЕТРА

На рис. 6а и 6б схематически показана используемая установ ка. Здесь K – коллиматор гониометра, T – зрительная труба, C – столик гониометра с установленной на нем призмой, причем рис. 6а преломляющий угол расположен слева от оси коллиматора, на рис. 6б – справа.

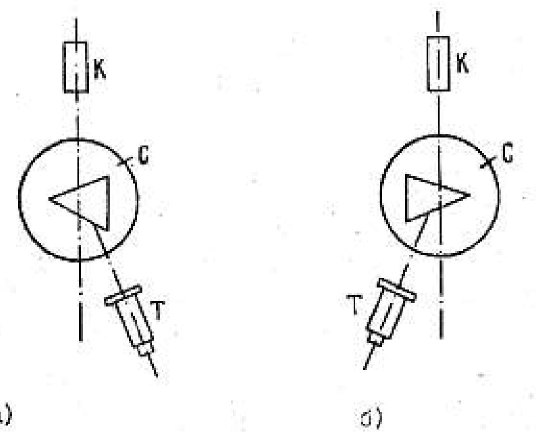

Рис. 6

Измерение угла наименьшего отклонения производится следую щим образом. Призму ставят на столик преломляющим углом слева (рис. 6а) от оси коллиматора так, чтобы биссектриса преломляюще го угла призмы была приблизительно перпендикулярна оси коллима тора. Поворачивают зрительную трубу в сторону, противоположную преломляющему углу, т.е. вправо до тех пор, пока в поле зрения трубы не появится избранная для наблюдения спектральная линия и устанавливают на нее отсчетное перекрестие. После этого повора чивают столик вместе с призмой и следят за перемещением линии спектра. При этом можно убедиться, что существует предел движе ния спектральной линии влево – при вращении столика линия, до стигнув этого предельного положения, останавливается и начинает двигаться вправо, хотя направление поворота столика остается прежним. Это предельное положение и соответствует углу наимень шего отклонения. В этом положении отсчетное перекрестие трубы T снова совмещают с изображением линии и производят измерение угла φ_1. Затем устанавливают призму на столике так, чтобы пре ломляющий угол был расположен справа от оси коллиматора (рис. 6б) и, как и в первом случае, найдя угол наименьшего отклонения для той же линии спектра, производят отсчет φ_2.

Уточненное значение угла наименьшего отклонения δ будет равно

$$\delta = \frac{|\varphi_1 - \varphi_2|}{2} . \qquad (22)$$

Используя полученное значение δ по (22), по формуле (2I) опре деляют показатель преломления n для данной спектральной линии, длина волны которой известна.

Таким же методом определяют n_i для других линий λ_i и строят график зависимости $n(\lambda)$.

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

I. Абсолютный и относительный показатели преломления.

2. Связь между показателями преломления и скоростью света в данной среде.

3. Законы преломления света.

4. Зависимость показателя преломления от электрических и

$n = f(\lambda)$

магнитных свойств среды.

5. Зависимость показателя преломления от длины волны. Дис-персия света.

6. Изобразить ход монохроматического и белого лучей через призму.

7. Преломляющий угол призмы. Угол отклонения луча призмой его наименьшее значение.

8. Объяснить метод измерения угла наименьшего отклонения луча призмой на гониометре.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. – М.: Наука, 1978, гл. XVI, § 112; гл. XX, § 142.
2. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976, гл. XXVIII, § 155.
3. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1971, гл. VII, § 7.1.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. – М.: Наука, 1985, гл. VIII, § 84.