Д1

1. Сложение гармонических колебаний.

1.1. Задачи работы:

- ***Изучить теоретический материал по сложению гармонических колебаний.***
- ***Промоделировать на ЭВМ сложение одинаково направленных и взаимно перпендикулярных гармонических колебаний.***

1.2. Сложение гармонических колебаний одинакового направления и одинаковой частоты.

Колеблющееся тело может участвовать в нескольких колебательных процессах. Результирующее колебание получается в результате сложения этих колебаний. Если сложить два колебания одного направления и одинаковой частоты

$$x_1=A_1\cos(\omega_0 t+\varphi_1) \qquad (1)$$
$$x_2=A_2\cos(\omega_0 t+\varphi_2) \qquad (2)$$

то результирующее колебание будет тоже гармоническим:

$$x_p=x_1+x_2=A_p\cos(\omega_0 t+\varphi). \qquad (3)$$

Сложение нескольких (трех, четырех и т.д.) гармонических колебаний одинаковой частоты, происходящих вдоль одного направления, тоже приводит к гармоническому колебанию той же частоты.

1.3. Сложение одинаково направленных гармонических колебаний с близкими частотами (биения).

Для практики особый интерес представляет случай, когда два складываемых гармонических колебания одинакового направления мало отличаются по частоте. В результате сложения этих колебаний получаются колебания с периодически изменяющейся амплитудой. Эти колебания называются **биениями**.

Пусть амплитуды складываемых колебаний равны, а частоты равны ω и $\omega+\Delta\omega$. Причем $\Delta\omega \ll \omega$. Начальные фазы обоих колебаний примем равными нулю:

$$x_1=A\cos(\omega t) \qquad (4)$$
$$x_2=A\cos(\omega+\Delta\omega)t. \qquad (5)$$

Если сложить эти колебания, то получаем:

$$x=x_1+x_2=2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t\cos\omega t. \qquad (6)$$

Согласно выражению (6) результирующее движение есть гармоническое колебание с медленно изменяющейся амплитудой A_p.

$$A_p=\left|2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t\right| \qquad (7)$$

Функция (7) – периодическая функция с частотой в два раза превышающей частоту выражения, стоящего под знаком модуля. Поэтому период биений определяется формулой:

$$T_б = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \qquad (8)$$

Множитель $2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t$ в выражении (6) влияет также на фазу колебания.

Биения широко применяются на практике для сравнения измеряемой частоты с эталонной, например, при настройке музыкальных инструментов, для анализа слуха и т.д.

1.4. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.

Существуют системы, которые могут совершать колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Например, такие колебания может осуществлять составной маятник, изображенный на рис.1. Верхний маятник KL, имеющий точку подвеса K, способен совершать колебания в вертикальной плоскости вдоль направления OX. Нижний же маятник MN имеет ось вращения O'O'', параллельную оси OX и может колебаться в вертикальной плоскости вдоль направления OY.

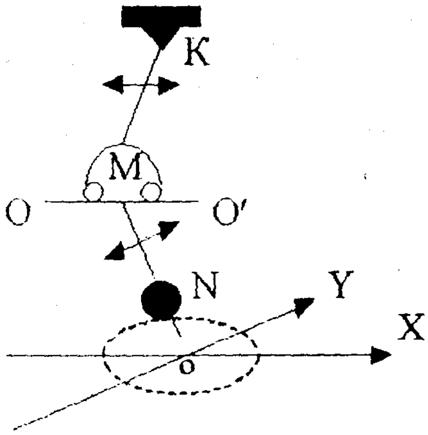

Рис. 1

Если частоты складываемых взаимно перпендикулярных колебаний верхнего и нижнего маятника различны, то конец N нижнего маятника движется по довольно сложной замкнутой траектории, которая получается в результате сложения двух колебаний:

$$x = A_1\cos\left(\omega_x t + \varphi_1\right) \qquad (9)$$

$$y = A_2\cos\left(\omega_y t + \varphi_2\right) \qquad (10)$$

Здесь A_1, ω_x, φ_1 и A_2, ω_y, φ_2 – соответственно амплитуды, круговые частоты и на-
ные фазы колебаний, происходящих в двух взаимно перпендикулярных направле-
: OX и OY. Замкнутые траектории, прочерчиваемые точкой, совершающей одно-
менно два взаимно перпендикулярных колебания, называются **фигурами Лиссажу**.
рма этих кривых зависит от соотношения амплитуд, частот и разности фаз складываемых колебаний. Это обстоятельство используется в измерительной технике для ис-

следования соотношений частот и разности фаз складываемых колебаний. Например, если частоты складываемых колебаний ω_x и ω_y относятся как два целых числа n и m:

$$\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{n}{m} \qquad (11)$$

то для определения соотношения ω_x / ω_y используется следующее правило. Проводят через данную фигуру две произвольные взаимно перпендикулярные прямые EC и DP, параллельные осям OX и OY (рис. 2). Подсчитывают число точек пересечения фигуры с прямой DP. Это число равно величине n. Аналогично число пересечений фигуры с прямой EC равно величине m. В случае, когда прямая проходит через точку пересечения ветвей фигуры, при подсчете ее считают дважды.

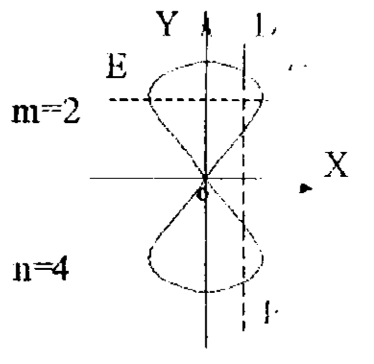

Рис. 2

Задание 1.

Промоделировать на ЭВМ сложение одинаково направленных колебаний $x_1 = 80\cos(10t + \varphi_2)$ мм в интервале времени 0 ÷ 3 с и исследовать зависимость амплитуды результирующего колебания от $(\varphi_2 - \varphi_1)$. Моделирование провести для значений $\varphi_2 - \varphi_1 = \kappa\frac{\pi}{1}$ при (к = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24). Результаты представить в отчете по лабораторной работе в виде графиков $A_p = F(\varphi_2 - \varphi_1)$. Сделать выводы.

Задание 2.

Промоделировать на ЭВМ сложения двух гармонических колебаний одинакового направления $x_1 = 40\cos 10t$ мм и $x_2 = 40\cos(10t + \Delta$ мм при значениях:

- $\Delta\omega_1 = 0{,}1$ рад/с
- $\Delta\omega_2 = 0{,}2$ рад/с
- $\Delta\omega_3 = 0{,}3$ рад/с

и определить соответствующие периоды биений $T_{б2}$, $T_{б3}$.

Задание 3.

1. Промоделировать на ЭВМ сложения взаимно перпендикулярных гармонических колебаний: $x = 40\cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ мм и $y = 40\cos(\omega$ $\varphi_2)$ мм для различных соотноше-

ний $^{\omega_x}/_{\omega_y}$ и начальных фаз (φ_2 -φ_1). в соответствии с предлагаемой таблицей (рис. 3). Зарисовать в таблицу полученные фигуры Лиссажу.

2. Определить по полученным фигурам отношение n/m и сопоставить их с соотношением $^{\omega_x}/_{\omega_y}$.

$\Delta\varphi$ / $^{\omega_x}/_{\omega_y}$	0°	45°	90°	135°	180°	$\Delta\varphi$ $\frac{n}{m}$
$\frac{1}{1}$						
$\frac{1}{2}$						
$\frac{1}{3}$						
$\frac{2}{3}$						

рис.3.

Литература

1. И.В. Савельев. Курс общей физики. – М.: Наука, 1982, §§ 55-57
2. Т.И.Трофимова. Курс физики.– М.: Высшая школа, 1985. С.209-212.

Контрольные вопросы

1. Какие колебания называют гармоническими?
2. Дайте определение следующих величин: амплитуда, период, частота, круговая (циклическая) частота, фаза, начальная фаза колебаний.
3. На основании результатов моделирования сформулируйте условия, при которых при сложении двух колебаний одного направления и одинаковой частоты амплитуда результирующего колебания имеет максимальные и минимальные значения.
4. Какие колебания называются биениями?
5. Что называется периодом биений и от чего он зависит?
6. Для каких целей может быть использован метод биений?
7. Что называется фигурами Лиссажу?
8. Для чего могут использоваться фигуры Лиссажу в измерительной технике?