

Министерство высшего и среднего специального
образования ВССР
БЕЛОРУССКИЙ ОРДЕН ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
Кафедра физики № 1

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к лабораторной работе "Определение скорости
звука в воздухе и отношения C_p — акустическим
методом" для студентов строительных специальностей
всех вѣстов обучения

М И Н О К 1 9 8 7

В работе дано молекулярно-кинетическое представление о теплоемкости газов. На основе первого начала термодинамики рассмотрены теплоемкости газов при постоянном объеме и постоянном давлении. Рассмотрен адиабатический процесс и его основные уравнения. Метод определения C_p основан на применении формулы Лапласа и уравнения Дюссона. Описана методика определения скорости звуковой волны акустическим резонатором.

Составили:

С.И.Петренко, Л.А.Дуган

Рецензенты:

Ф.Г.Кичунович, В.М.Добрянский

Цель работы: определить отношения теплоемкостей воздуха $\frac{C_p}{C_v}$ акустическим методом.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

1.1. Теплоемкости газов

Величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества на 1 К, называется удельной теплоемкостью вещества:

$$C_{уд} = \frac{dQ}{dT} \quad (1)$$

где dQ - бесконечно малое количество теплоты, dT - бесконечно малое изменение температуры вещества, m - масса вещества.

Молярной теплоемкостью C называется величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 моль вещества на 1 К.

$$C = \frac{1}{\nu} \frac{dQ}{dT}, \quad (2)$$

где $\nu = \frac{m}{\mu}$ - число молей; μ - молярная масса вещества. Удельная и молярная теплоемкости связаны соотношением

$$C = C_{уд} \cdot \mu$$

Единицы измерения удельной и молярной теплоемкости вещества в системе СИ:

$$1 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К} \quad \text{и} \quad 1 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}.$$

Если изменение температуры газа происходит при постоянном

объеме $V = \text{const}$, то соответствующая молярная теплоемкость называется **воздушной теплоемкостью** и обозначается C_v .

$$C_v = \frac{1}{\nu} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V \quad (3)$$

В случае, когда постоянным остается давление $P = \text{const}$, молярная теплоемкость называется **воздушной теплоемкостью** и обозначается C_p .

$$C_p = \frac{1}{\nu} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_P \quad (4)$$

© Белорусский политехнический институт, 1987.

Вычисляли молярные теплоемкости C_p и C_v идеального газа. Согласно первому началу термодинамики количество теплоты δQ , переданное системе, расходуется на увеличение ее внутренней энергии dU и на работу δA , совершаемую системой против внешних сил.

$$\delta Q = dU + \delta A \quad \text{или} \quad \delta Q = dU + p dV \quad (5)$$

Если $V = \text{const}$ $dV = 0$, то

$$C_v = \frac{1}{\nu} \left(\frac{dU}{dT} \right)_V \quad (6)$$

Для идеального газа внутренняя энергия - энергия лишь телодвижения частиц. Для того чтобы определить внутреннюю энергию идеального газа, необходимо знать число степеней свободы молекул и среднюю энергию, приходящуюся на одну степень свободы в состоянии телодвижения равновесия.

Закон равномерного распределения утверждает, что если система находится в тепловом равновесии при температуре T , то средняя кинетическая энергия равномерно распределена между всеми степенями свободы и для каждой степени свободы молекулы она равна $kT/2$.

Если число степеней свободы молекулы равно ζ , то средняя кинетическая энергия молекулы равна $\zeta \frac{kT}{2}$, а внутренняя энергия n молекул $n \zeta \frac{kT}{2}$.

$$U = \frac{\zeta}{2} nRT, \quad (7)$$

где R - универсальная газовая постоянная; $R = kN_A$, где N_A - число Авогадро. Для одноатомных молекул $\zeta = 3$, для двухатомных $\zeta = 5$.

На основании формул (6) и (7) имеем:

$$C_v = \frac{\zeta}{2} R \quad (8)$$

Используя формулы (4), (5), (8), находим, что

$$C_p = \frac{1}{\nu} \left(\frac{dU}{dT} \right)_p + \frac{1}{\nu} p \left(\frac{dV}{dT} \right)_p = C_v + \frac{1}{\nu} p \left(\frac{dV}{dT} \right)_p$$

Так как для идеального газа

$$pV = \nu RT \quad (9)$$

то для изобарического процесса

$$\frac{1}{\nu} p \left(\frac{dV}{dT} \right)_p = R \quad (10)$$

Следовательно,

$$C_p = C_v + R \quad (11)$$

Выражение (11) называется уравнением Родерга Мейера.

Из уравнения (10) следует, что универсальная газовая постоянная R численно равна работе, которую один моль идеального газа совершает, расширяясь изобарически при нагревании на 1 К.

Используя (8), выражение (11) можно записать так:

$$C_p = \frac{\zeta + 2}{2} R \quad (12)$$

Отношение γ газовых теплоемкостей обозначают буквой γ . Это отношение играет важную роль в теории идеальных газов, так как оно определяет число степеней свободы молекул (на основании (8) и (12) $\gamma = \frac{\zeta + 2}{\zeta}$), входит в качестве показателя степени в уравнение адабаты (уравнение Пуассона), по величине γ определяют C_v , непосредственно измерения которой затруднительны.

1.2. Адиабатический процесс

Адиабатическим процессом называют изменение состояния газа, происходящее без теплообмена с окружающей средой. Для протекания такого процесса необходимо, чтобы газ был окружен совершенно нетеплопроводными стенками. Таких стенок практически не существует, поэтому реальный процесс можно принять за адиабатический, если сжатие или расширение газа протекает так быстро, что теплообмен с внешней средой не успевает произойти.

Адиабатический процесс имеет место в цилиндрах двигателей внутреннего сгорания, холодильных установках, адиабатическое сжатие расширения газа происходит в процессе образования сточной воды в закрытом сосуде.

Первое начало термодинамики применительно к адиабатическому процессу запишется так:

$$\delta A = -dU \quad (13)$$

т.е. работа адиабатического расширения или сжатия газа происходит за счет изменения внутренней энергии газа. Следовательно, если идеальный газ расширяется адиабатически, то его температура падает, если сжимается — то повышается температура газа.

Выведем уравнение адиабатического процесса (уравнение Пуассона). Так как $\delta A = p \delta V$, а $dU = C_V \delta T$, то равенство (13) запишется следующим образом:

$$p \delta V = -C_V \delta T \quad (14)$$

С другой стороны из уравнения состояния идеального газа

$$p \delta V + V \delta p = R \delta T$$

Разделив это выражение на (14) и учитывая (11), получим

$$1 + \frac{V}{p} \frac{\delta p}{\delta V} = - \frac{C_p - C_V}{C_V} \quad (15)$$

Введем обозначение $\frac{C_p}{C_V} = \gamma$, тогда из (15)

$$\frac{\delta p}{p} = -\gamma \frac{\delta V}{V}$$

Решая полученное уравнение (интегрируя и потенируя), получим искомого уравнение адиабаты

$$p V^\gamma = const \quad (16)$$

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ $\frac{C_p}{C_V}$ АКУСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Данный метод определения $\frac{C_p}{C_V}$ основан на применении формулы Лапласа.

Известно, что скорость распространения продольных волн в сплошной среде равна

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (17)$$

где E — модуль Юнга среды, ρ — плотность среды.

Найдем выражение для скорости звуковых волн в газах. Для газов

$$E = -V \frac{\delta p}{\delta V} = -V \frac{\delta p}{\delta V}, \quad (18)$$

и δp — дополнительное давление, которое возникает в газе при проходе через него звуковой волны, $\frac{\delta p}{V}$ — относительное изменение объема газа.

Звуковые колебания происходят настолько быстро, что сжатия и расширения газа можно считать адиабатическими, поэтому изменение состояния газа удовлетворяет формуле Пуассона:

$$p V^\gamma = const$$

Дифференцируя уравнение Пуассона, получим

$$V^\gamma \delta p + \gamma V^{\gamma-1} p \delta V = 0$$

откуда

$$\frac{\delta p}{\delta V} = -\gamma \frac{p}{V}$$

Подставляя это значение $\frac{\delta p}{\delta V}$ в формулу (18), найдем:

$$E = \gamma p$$

наконец, подставив это значение E в выражение (17), получим

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \quad (19)$$

где p и ρ — давление и плотность невозмущенного объема газа. Подставив в (19) вместо плотности ρ ее значение через давление p , температуру газа T и его молярную массу

$$\rho = \frac{p \mu}{RT}$$

найдем

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} \quad (20)$$

откуда

$$\gamma = \frac{v^2 \mu}{RT} \quad (21)$$

Формула (21) называется формулой Лапласа. Итак, для определения γ необходимо знать скорость звука в газе и температуру газа. Для определения скорости звука применяются акустический резонатор, который представляет собой трубу.

в которой закрыты столб воздуха, ограниченный с обеих сторон перегородой. Звуковая волна, идущая от источника колебаний, закреплённого на одном из концов трубы, достигнув противоположного конца, распространяется в обратном направлении. При наложении падающей и отражённой волны может образоваться стоячая волна. В закрытом резонаторе звуковая волна отражается от среды с большей плотностью, при этом волна меняет фазу на π , и на концах образуются узлы. В открытом резонаторе отражение волны происходит от менее плотной среды, при этом изменение фазы не происходит, а на концах образуются пучности.

Условие возникновения стоячей волны в закрытом резонаторе выражается уравнением

$$l = \frac{\lambda}{2} n,$$

где l - длина резонатора, λ - длина деловой волны, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Стоячую волну можно получить, изменив длину резонатора l при постоянной частоте колебаний источника ν , либо изменив ν при неизменной длине резонатора. Пусть при некоторой частоте ν_0 возникает N стоячих волн; при частоте $\nu_m - (N+m)$ стоячих волн; при частоте $\nu_n - (N+n)$ стоячих волн. Тогда

$$l = \frac{\lambda_1}{2} (N+m); \quad l = \frac{\lambda_2}{2} (N+n)$$

Так как скорость волны в среде $v = \lambda \nu$, то для частоты ν_m

$$\nu = \frac{2l}{\lambda_1} \nu_m$$

для частоты ν_n

$$\nu = \frac{2l}{\lambda_2} \nu_n$$

Решая совместно последние уравнения, получаем

$$\nu = \frac{2l(\nu_m - \nu_n)}{m - n} \quad (22)$$

3. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

На рис. 1 приведена схема лабораторной установки для определения скорости звука акустическим методом.

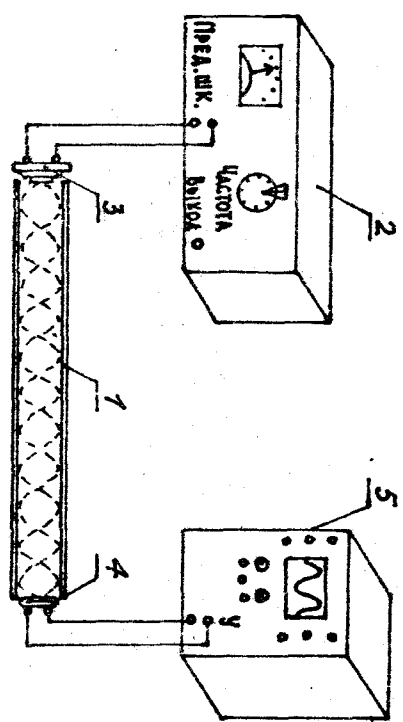


Рис. 1

На схеме: 1 - полый цилиндр, 2 - задающий звуковой генератор; 3 - телефон; 4 - микрофон; 5 - осциллограф.

Мембрана телефона совмещает звуковые колебания с частотой питающего звукового генератора. Эти колебания возбуждают колебания столба воздуха в цилиндре с той же частотой. При этом в нём возникает стоячая волна. Колебания стоячей волны происходят через микрофон осциллографом.

Воте предлагается найти минимальную амплитуду сигнала осциллографа, которые соответствуют узлам стоячей волны. В таблице значения частот, соответствующие этим минимумам. (22) вычислить скорость звука v , а затем по формуле (22) вычислить скорость звука v (из опыта), рассчитать число степеней свободы молекул воздуха.

Контрольные вопросы

1. Что называется молярной теплоемкостью?
2. Какая из теплоемкостей C_p или C_v больше и почему?
3. В чем заключается сущность закона равнораспределения энергии по степеням свободы?
4. Какой процесс называется адиабатическим? Выведите уравнение Пуассона.
5. Выведите формулу Лапласа для определения скорости звука в газах.
6. Какую роль играет в теории идеальных газов отношение газовых теплоемкостей $\gamma = C_p/C_v$?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. - М.: Наука, 1982, § 102.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 1985, § 56-59.
3. Сивухин Т.Г. Общий курс физики. Т. 2. - М.: Наука, 1976, § 15, 16, 18-20, 22, 23.
4. Фриш С.Э., Тиморева А.В. Курс общей физики. - М.: 1952, § 106.

Светлана Ивановна ПЕТРЕНКО

Леонид Адимович ПУТАН

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторной работе "Определение скорости звука в воздухе и отношения C_p акустическим методом" для студентов строительных специальностей всех видов обучения

Редактор С.В.Квандо

Подписано в печать 19.11.86.

Формат 60x84/16. Бумага т. № 2. Офс. печать.
И.печ.д.0,7. Уч.-изд.д.0,5. Тир.300. Зак.39. Всл.матно.
Издательство на основании ГИИ. 220027, Минск, Ленинский пр., 65.