

Министерство высшего и среднего специального
образования СССР
БЕЛОРУССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
Кафедра физики № 1

33

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к лабораторной работе "Изучение основных
молекулярно-кинетических характеристик газа"

Данна Сергеевна ТИШОЖКА
Любовь Викторовна КАРГАНОВИЧ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к лабораторной работе "Изучение основных
молекулярно-кинетических характеристик газа"

Корректор Г. А. Деллилова

Подписано в печать 18.10.84.

Формат 60x84/16. Бумага т. № 2. Офс. печ.

Усл. печ. л. 0,7. Уч.-изд. т. 0,5. Тир. 300. Зак. 156. Весплатно.
Отпечатано на ротационной ПИИ. 220027, Минск, Ленинский пр., 65.

М И Н С К 1 9 8 4

В работе изложена молекулярно-кинетическая теория внутреннего трения в газах, описан один из методов определения коэффициента вязкости газов, средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул.

Составили:

Ж.С.Тижовка, Л.В.Харганович

Рецензенты:

Г.И.Стрелкова, Э.Р.Рагников,

П е л ь р а б о т ы: 1. Изучить физическую кинетику газов. 2. Определить коэффициент вязкости воздуха, среднюю эффективную скорость, среднюю длину свободного пробега и эффективный диаметр молекул газа.

П р и б о р ы и п р и н а д л е ж н о с т и: камерная установка, манушка, секундомер, два стеклышка, термометр, датчик.

1. Число столкновений и средняя длина свободного пробега

Молекулы газа, находясь в тепловом движении, непрерывно сталкиваются друг с другом. Минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры двух молекул, называется эффективным диаметром молекулы d . Величина $\sigma = \pi d^2$ называется эффективным сечением молекулы (рис.1). Если же молекула радиуса r_1 сталкивается с молекулой радиуса r_2 , то эффективное сечение будет

$$\sigma = \sigma_{12} = \pi (r_1 + r_2)^2.$$

Под σ понимается площадь, в которую должен попасть центр частицы, чтобы она столкнулась с заданной молекулой. Эффективный диаметр молекул d и эффективное сечение σ зависят от энергии частиц, в следо-

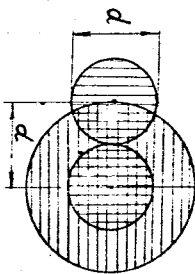
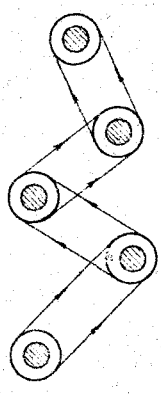


Рис. 1

вательно, и от температуры. С повышением температуры d и σ молекул уменьшаются.

Чтобы подсчитать среднее число столкновений Z , испытываемых одной молекулой в единицу времени, рассмотрим некоторую молекулу, движущуюся со средней скоростью теплового движения $\langle v \rangle$, и предположим, что все молекулы, кроме рассматриваемой, неподвижны. При каждом столкновении направление движения молекулы изменится, но за 1 секунду она пройдет путь, равный средней скорости $\langle v \rangle$, в ее эффективное сечение σ (рис.2), объем которого равен $\pi d^2 \langle v \rangle$ (спраямляя

цилиндр, мы давим столь малую шпильку в определении его объема, что ее можно пренебречь, поскольку длина каждого прямоугольного отрезка много больше его диаметра). Число столкновений Z будет равно числу молекул в этом объеме, т.е.



$$Z = \sqrt{2} d^2 n > n, \quad (1)$$

где n - число молекул в единице объема газа.

Но движется не только рассматриваемая молекула, а и все остальные. Вследствие этого, как полагал Максвелл, число столкновений данной молекулы с другими возрастает в $\sqrt{2}$ раз и будет равно

$$\langle Z \rangle = \sqrt{2} \sqrt{2} d^2 n \langle v \rangle \quad (2)$$

Расстояние, пройденное молекулой между последовательными столкновениями, называется длиной свободного пробега λ . Вследствие хаотичности молекулярного движения величина последовательных длин свободного пробега λ_i постоянно меняется. Однако среднее значение длины свободного пробега $\langle \lambda \rangle$ при данных условиях остается неизменным.

Среднюю длину свободного пробега можно определить, разделив средний путь, пройденный молекулой за единицу времени, равный $\langle v \rangle$, на среднее число ее столкновений $\langle Z \rangle$ за это время

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle Z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{2} d^2 n} \quad (3)$$

Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеального газа следует, что $n = \frac{P}{kT}$, где P - давление газа; T - абсолютная температура; k - постоянная Больцмана, поэтому

$$\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2} \sqrt{2} d^2 P} \quad (4)$$

Следовательно, $\langle \lambda \rangle \sim \frac{T}{P}$, а при постоянной температуре $\langle \lambda \rangle \sim \frac{1}{P}$. В табл. I приведены значения средней длины свободного пробега молекул воздуха при 0°C и различных давлениях.

Т а б л и ц а I

P , мм.рт.ст.	760	1	10^{-2}	10^{-4}	10^{-6}
$\langle \lambda \rangle$, м	$6,5 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-3}$	0,5	50

2. Вязкость (внутреннее трение) газов

Вязкость (внутреннее трение) называется свойство текучих тел (газов, жидкостей) оказывать сопротивление перемещению одной их частей относительно другой. Для выяснения вопроса о происхождении силы внутреннего трения рассмотрим газ, текущий в направлении оси X (рис. 3). Пусть разные слои газа движутся с различными скоростями, а слои 1 и 2, находясь на расстоянии dZ , имеют скорости течения, отличающиеся на величину dv . Отошение dv/dZ , показывающее, как быстро изменяется скорость течения газа (т.е. скорость ускоренного движения его молекул) в направлении, перпендикулярном скорости v , называется градиентом скорости

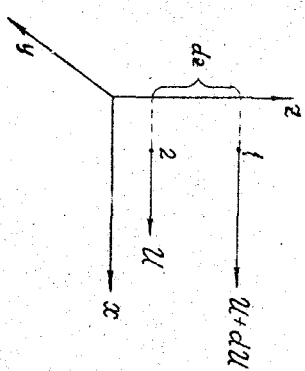


Рис. 3

Каждая молекула при течения газа участвует в двух движениях: хаотическом тепловом, средняя скорость которого равна $\langle v \rangle$,

и направленном движении со скоростью U . Вследствие беспорядочного теплового движения молекулы переходят из слоя I в слой 2 и обратно. Попадая в другой слой, молекула сталкивается с молекулами этого слоя, в результате чего она либо отлетает из этого слоя и попадает в другой слой (если она прилетела из слоя I, движущегося с большей скоростью), либо увеличивает свой импульс за счет других молекул (если она прилетела из слоя, движущегося с меньшей скоростью). В итоге импульс более быстро движущегося слоя убывает, а более медленно движущегося — возрастает. Согласно второму закону Ньютона, ежесекундное изменение импульса в системе равно приложенной к ней внешней силе. Таким образом, перенос импульса от одного слоя к другому проявляется как сила трения, действующая на данный слой со стороны соседних слоев. При течении газа с различными скоростями вследствие внутреннего трения более медленный слой ускоряет соседний с ним более медленный слой, и наоборот, более медленный поддерживает более быстрый. Значит, сила внутреннего трения F направлена в одном из смежных слоев по направлению движения газа, в другом — против. Работа же внешней силы, уравновешивающей вязкое сопротивление и поддерживающей стационарное течение, полностью переходит во внутреннюю энергию газа.

Сила внутреннего трения F пропорциональна площади S взаимодействующих слоев и градиенту скорости (от площади зависит число молекул, ежесекундно переходящих из слоев в слой, а от градиента скорости зависит изменение импульса). Таким образом, сила внутреннего трения

$$F = \eta \frac{du}{dz} \cdot S \quad (5)$$

Коэффициент пропорциональности η называется коэффициентом внутреннего трения или коэффициентом вязкости газа.

Из формулы (5)
$$\eta = \frac{F}{\frac{du}{dz} \cdot S}$$

т.е. коэффициент вязкости численно равен силе внутреннего трения, действующей на единицу площади параллельно движущимся

слоев газа при градиенте скорости, равном единице. В системе СИ

$$[\eta] = \frac{H}{m^2/c} = 1 \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Единица измерения коэффициента внутреннего трения или коэффициента вязкости в СИ называется $\text{Па} \cdot \text{с}$.

Кинетическая теория дает возможность вынести связь между коэффициентом вязкости и микрохарактеристиками теплового движения молекул: средней длиной свободного пробега, средней скоростью молекул.

Рассмотрим площадку S , перпендикулярную к направлению переноса импульса (рис. 4), и подсчитаем импульс, переносимый через нее за время dt . Вследствие полной хаотичности теплового движения молекул можно считать, что эпюла каждой из координатных осей движется одна

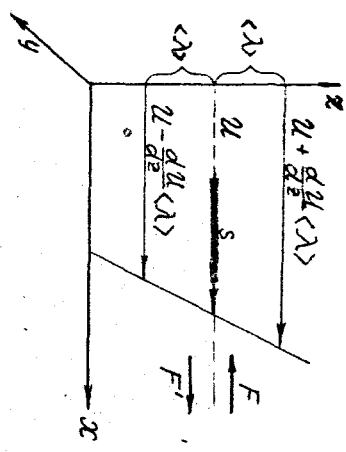


Рис. 4

треть от общего количества молекул, причем половина их движется в положительном направлении координатной оси, а половина — в противоположном. Таким образом, $1/6$ всех молекул будет двигаться вверх, только молекулы этих двух потоков и участвуют в переносе импульса. Молекулы остальных четы-

рех потоков движутся параллельно плоскости S и в результате импульса не участвуют. Через площадку S могут пролетать молекулы, находящиеся от нее на расстоянии, не превышающем длины свободного пробега $\langle \lambda \rangle$. Двигаясь сверху вниз, молекулы переносит через площадку S за время dt импульс

$$dk_1 = -\frac{1}{6} n \langle v \rangle m (U + \frac{du}{dz} \langle \lambda \rangle) S dt \quad (6)$$

где $1/6 n < U >$ - количество молекул, переходящих через единичную площадку в единицу времени; m - масса одной молекулы; n - число молекул в единице объема. В противоположном направлении переносится импульс

$$dk_2 = \frac{1}{6} n < U > m (U - \frac{dU}{dz} < \lambda >) S dt. \quad (7)$$

Следовательно, за время dt импульс нижнего слоя получает приращение

$$dk = dk_1 - dk_2 = \frac{1}{3} n < U > m < \lambda > \frac{dU}{dz} S dt. \quad (8)$$

Импульс верхнего слоя получает при этом приращение $dk' = -dk$. Таким образом, тепловое движение молекул приводит к тому, что по поверхности соприкосновения слоев S на нижний слой действует сила

$$F = \frac{dk}{dt} = \frac{1}{3} n < U > m < \lambda > \frac{dU}{dz} S, \quad (9)$$

а на верхний слой - сила $F' = -F$. Сравнительное выражение (9) с формулой (5), видим, что

$$\eta = \frac{1}{3} n < U > m < \lambda > \quad (10)$$

Так как плотность газа $\rho = n \cdot m$, то

$$\eta = \frac{1}{3} \rho < \lambda > < U > \quad (11)$$

Средняя арифметическая скорость молекул $< U >$ вычисляется по формуле

$$< U > = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}, \quad (12)$$

где R - универсальная газовая постоянная; μ - молярная масса; T - термодинамическая температура.

Учитывая (4), (12), а также то, что плотность газа $\rho = \frac{D \cdot \mu}{R \cdot T}$, где P - давление, получаем

$$\eta \sim \sqrt{\frac{\mu}{d^2}} \sqrt{T}$$

Таким образом, если $< \lambda >$ мала по сравнению с размерами зазора, по которому течет газ, коэффициент вязкости η не зависит от давления и возрастает при увеличении температуры.

3. Принципиальная схема установки и обоснование метода измерения

Внутреннее трение является причиной того, что для течения газа через узкую трубку необходима некоторая разность давлений ΔP на ее концах. Зависимость между объемом V газа, протекающего за время t через поперечное сечение трубки, и разностью давлений на ее концах устанавливается формулой Пуазейля (приводится без вывода)

$$V = \frac{\pi r^4 \Delta P t}{8 \eta l}, \quad (13)$$

где l - длина трубки; r - ее радиус,

$$\eta = \frac{\pi r^4 \Delta P t}{8 l V}. \quad (14)$$

Установка для определения коэффициента вязкости газа состоит из коллидера K , соединенного с манометром M и делительной воронкой B с краном A (рис. 5). При открытом кране из воронки будет вытекать вода, вследствие чего давление воздуха над поверхностью воды и воронки будет уменьшаться, и на концах капилляра K возникнет разность давлений ΔP , которую легко измерить, определив разность уровней h жидкости в манометре $\Delta P = \rho g h$.

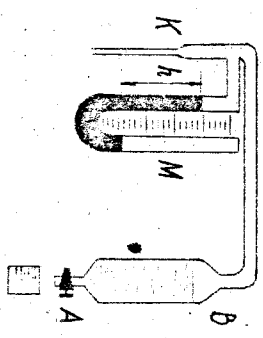


Рис. 5

где ρ - плотность жидкости в манометре;
 q - ускорение свободного падения.

Результате установившейся на концах капилляра разности давлений через капилляр будет течь воздух. Объем протекшего за время t через капилляр воздуха равен объему V вытесней за это же время воды, который легко измерить при помощи мензурки.

Задание 1

Определите коэффициент вязкости воздуха η по формуле (14) и оценить погрешность.

Задание 2

Вычислите среднюю арифметическую скорость теплового движения молекул газа по формуле (12).

Задание 3

Зная коэффициент вязкости и среднюю арифметическую скорость, вычислите, используя формулу (11), среднюю длину свободного пробега $\langle \lambda \rangle$; по формуле (4) вычислите эффективный диаметр молекул.

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Выведите формулу средней длины свободного пробега. От чего она зависит $\langle \lambda \rangle$?
2. Понимайте механизм возникновения внутреннего трения в газах.
3. Запишите формулу для внутреннего трения между соприкасающимися слоями газа.
4. Коэффициент вязкости, его физический смысл и единица измерения.
5. Выведите выражение для коэффициента вязкости газов, исходя из молекулярно-кинетической теории.
6. От каких параметров зависит коэффициент вязкости газов?

7. Запишите выражение для средней арифметической скорости молекул газа. От чего она зависит?
8. Запишите формулу Пуазейля. Зависимость между какими величинами она выражает?
9. Поясните метод определения коэффициента вязкости воздуха, используемый в данной работе.