

Министерство образования Республики Беларусь  
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

---

Кафедра физики

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА  
ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА  
И МЕТОДОМ КАПИЛЛЯРНОГО  
ВИСКОЗИМЕТРА**

Методические указания  
к лабораторной работе по физике  
для студентов строительных специальностей

Минск 2007

Составители:  
А.А. Баранов, И.Г. Кужир, В.И. Кушниц

Рецензенты:  
И.А. Сатиков, Е.В. Журавлева

**Цель работы:** определить из эксперимента динамический и кинематический коэффициенты вязкости жидкости методом Стокса и методом капиллярного вискозиметра.

### 1. ВЯЗКОСТЬ ЖИДКОСТИ (ВНУТРЕННЕЕ ТРЕНИЕ)

Явление вязкости жидкости (газа) состоит в возникновении сил внутреннего трения между соседними слоями жидкости (газа), движущимися с различными скоростями.

Течение жидкости называется **ламинарным**, если слои жидкости скользят относительно друг друга без перемешивания слоев.

При турбулентном движении происходит перемешивание слоев жидкости.

Для **ламинарного течения** жидкости (газа), справедлив **закон вязкости Ньютона**: сила внутреннего трения  $F$ , которую надо преодолеть, чтобы два смежных слоя жидкости (газа) скользили один по другому, пропорциональна площади соприкосновения слоев  $\Delta S$  и градиенту скорости  $\frac{dv}{dz}$ ; т.е.

$$F(z) = -\eta \frac{dv}{dz} \Delta S, \quad (1)$$

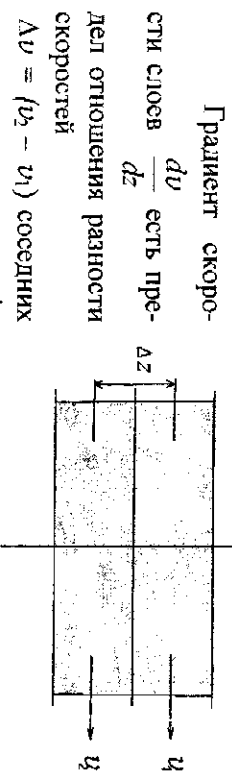


Рис. 1

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta z} = \frac{dv}{dz}.$$

Отсюда следует, что **градиент скорости** есть производная от скорости движения слоев по координате  $z$ , перпендикулярной к скорости слоев, т.е. это скорость изменения скорости слоев жидкости по направлению оси  $z$  (см. рис. 1).

Знак минус в формуле (1) означает, что происходит выравнивание скоростей соседних слоев. Коэффициент пропорциональности  $\eta$  в (1) есть динамический коэффициент вязкости.

Из (1) следует формула

$$\eta = -\frac{F}{\frac{dv}{dz} \Delta S}, \quad (2)$$

которая служит определением коэффициента вязкости.

**Динамический коэффициент вязкости численно равен силе внутреннего трения на единицу площади соприкасающихся слоев при градиенте скорости слоев равном минус единице.**

Размерность, единица измерения коэффициента  $\eta$  в СИ, как это следует из (2), есть паскаль·с (Па·с).

В гидродинамике вводят также **кинематический коэффициент вязкости**, равный отношению динамического коэффициента  $\eta$  к плотности жидкости (газа)  $\rho$ :

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}. \quad (3)$$

В СИ кинематический коэффициент вязкости измеряется в м<sup>2</sup>/с.

Кинематический коэффициент вязкости определяет относительное влияние сил вязкости. Так, кинематический коэффициент вязкости воздуха в 10 раз больше, чем у воды и при прочих равных условиях вязкость будет сильнее влиять на характер течения воздуха, чем воды, хотя динамический коэффициент вязкости воды почти в 100 раз больше, чем у воздуха.

Величина коэффициента вязкости зависит от рода жидкости, температуры и давления. С повышением температуры вязкость уменьшается. При больших давлениях (тысячи атмосфер) коэффициент вязкости сильно возрастает.

Внутреннее трение между слоями жидкости значительно больше, чем при трении в газе, но значительно меньше, чем при трении между поверхностями твердых тел. Поэтому трупщиеся твердые поверхности смазываются.

Отметим, что в сложных **неньютоновских жидкостях** сила внутреннего трения в формуле (1) нелинейно зависит от градиента скорости

$$\frac{dv}{dz} : F \sim \left( \frac{dv}{dz} \right)^k \quad (k \neq 1). \quad (4)$$

Хотя вязкости газов и жидкостей описываются одним и тем же уравнением (1), но **механизмы возникновения вязкости** в газах и жидкостях различны. В газах происходит перенос импульса упорядоченной составляющей движения молекул из одного слоя в другой за счет хаотического (теплового) их движения. В результате по второму закону Ньютона изменение импульса слоя приводит к импульсу силы трения ( $F \Delta t = \Delta p$ ). В жидкостях, где молекулы значительно меньше подвижны, чем в газах, вязкость возникает за счет сил межмолекулярного взаимодействия.

## 2. МЕТОД СТОКСА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ

**Идея метода Стокса** состоит в том, что сила сопротивления (сила Стокса), действующая на шарик, медленно падающий в жидкости, пропорциональна коэффициенту вязкости жидкости. Тогда коэффициент вязкости можно найти из условия скомпенсированности всех сил (силы Стокса, силы тяжести, силы Архимеда), действующих на шарик при его *асимптотически* равномерном движении (падении) в жидкости с учетом того, что сила тяжести и сила Архимеда легко вычисляются.

Пусть металлический шарик, смазываемый жидкостью, падает в поле тяжести в достаточно большом сосуде с жидкостью. Из-за смазывания шарика происходит прилипание слоя жидкости к поверхности шарика, и за счет внутреннего трения происходит увлечение соседних слоев жидкости. Сила трения между слоями жидкости в итоге оказывается

приложенной к шарiku. Так как размеры сосуда велики в сравнении с радиусом шарика, то жидкость у стенок сосуда остается в покое.

В эксперименте созданы такие условия, что движение жидкости, улегаемой шариком, является **ламинарным**.

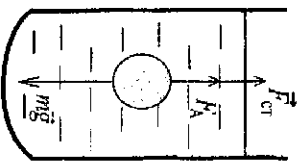
Из гидродинамики известно, что характер движения жидкости — ламинарный или турбулентный — определяется безразмерным числом Рейнольдса.

$$Re = \frac{\rho v r}{\eta},$$

где  $\rho$  — плотность жидкости,  $v$  — скорость шарика (жидкости, прилипшей к шарiku),  $r$  — радиус шарика,  $\eta$  — динамический коэффициент вязкости.

Течение ламинарное, если  $Re < Re^*$  и турбулентное — при  $Re > Re^*$ , где  $Re^* \sim 1000 \div 2000$ .

На шарик, движущийся в жидкости, действуют три силы (см. рис. 2): 1) сила тяжести  $mg = \rho_{ш} V g$ , где  $\rho_{ш}$  — плотность шарика,  $V$  — его объем; 2) выталкивающая сила Архимеда  $F_A = \rho_{ж} g V$ , где  $\rho_{ж}$  — плотность жидкости; 3) сила Стокса  $F_{Ст} = 6\pi\eta r v$ .



Выражение для силы Стокса получено в результате достаточно сложных вычислений, и вполне подтверждается экспериментальными фактами, дополненными соображениями размерности. Из опыта следует, что сила сопротивления, действующая на тело симметричной формы, медленно движущееся в жидкости, *линейно* возрастает с ростом скорости  $v$  и пропорциональна характерному размеру  $r$ . Очевидно также, что чем больше вязкость, тем больше сила сопротивления. Чтобы выразить функциональную форму зависимости  $F_{Ст}(v, r)$ , учтем, что размерности  $[F] = \text{Н} = \text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2$ ,  $[\eta] = \text{Па} \cdot \text{с} = \text{Н} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}$ . Тогда, поскольку размерность  $[v] = \text{м}/\text{с}$ ,  $[r] = \text{м}$  и получим  $F_{Ст}(v, r) \sim \eta$ . В итоге (Стокс, 1840) получили  $F = 6\pi\eta r v$ , где  $d$  — величина постоянная для данной формы тела. Для шара радиусом  $r$  Стокс после длительных вычислений получил  $d = 6\pi$ . Окончательно сила Стокса равна

Рис. 2

при падении шарика в жидкости шарик сначала движется с ускорением, но с ростом скорости возрастает и сила трения, уменьшающая ускорение. Начиная с некоторого момента времени движение можно считать практически равномерным ( $a=0$ ,  $v=c \text{ const}$ ). Тогда по второму закону Ньютона имеем  $F_A + F_{Ст} - mg = 0$ . С учетом изложенного получаем  $\rho_{ж} V g + 6\pi\eta r v - \rho_{ш} V g = 0$ . Так как объем шарика  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ , то  $\frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho_{ш} - \rho_{ж}) = 6\pi\eta r v$  или  $\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2 g (\rho_{ш} - \rho_{ж})}{v}$ .

На опыте измеряется диаметр шарика  $D = 2r$ , а скорость равномерного движения шарика определяется соотношением  $v = \frac{l}{t}$ , где  $l$  — расстояние между двумя метками сосуда, проходимое шариком за время  $t$ . Тогда окончательно рабочая формула для получения динамического коэффициента вязкости запишется  $\eta = \frac{1}{18} D^2 \frac{\rho_{ш} - \rho_{ж}}{l} g t$ . Кинематический коэффициент вязкости находится из соотношения (3).

### 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ КАПИЛЛЯРНЫМ ВИЗКОЗИМЕТРОМ

Этот метод основан на формуле Пуазейля, заданной

расход (объем) вязкой жидкости, протекающей через круглую трубу (капилляр) радиусом  $R$  и длиной  $l$  при ламинарном

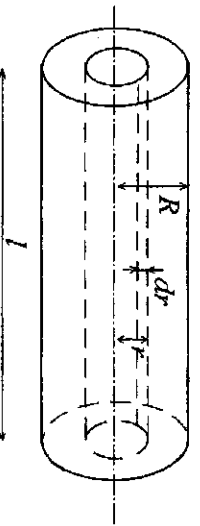


Рис. 3

течения (см. рис.3). Этот расход обратно пропорционален коэффициенту вязкости  $\eta$ . На цилиндрический слой жидкости радиуса  $r$  и толщиной  $dr$  с внутренней стороны действует сила внутреннего трения

$$F = -\eta \frac{dv}{dr} S = -\eta \frac{dv}{dr} \cdot 2\pi r l.$$

Здесь боковая поверхность цилиндра  $S = 2\pi r l$ . Знак минус означает, что при возрастании радиуса  $r$  скорость жидкости уменьшается.

Для установившегося, стационарного течения жидкости сила внутреннего трения уравновешивается разностью сил давления на торцах цилиндра, т.е.

$$-\eta \frac{dv}{dr} \cdot 2\pi r l = \Delta p \pi r^2.$$

Здесь  $\pi r^2$  – площадь торца рассматриваемого цилиндра радиуса  $r$ ,  $\Delta p$  – разность давлений.

Тогда имеем  $dv = -\frac{\Delta p}{2\eta l} r dr$  или интегрируя, получаем:

$$v = -\frac{\Delta p}{2\eta l} \int r dr = -\frac{\Delta p}{2\eta l} \frac{r^2}{2} + C_1.$$

Константа интегрирования  $C_1$  находится из условия на границе  $r=R$ . А именно, считываем, что у стенок большого цилиндра радиуса  $R$  жидкость прилипает, т.е. при  $r=R$  скорость  $v(R)=0$ .

$$\text{Тогда } 0 = -\frac{\Delta p}{2\eta l} \frac{R^2}{2} + C_1, \text{ откуда } C_1 = \frac{\Delta p}{4\eta l} R^2.$$

$$\text{Окончательно получаем } v(r) = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2).$$

Это одно из немногих известных точных решений уравнений движения вязкой жидкости.

Из последнего выражения вытекает: скорость движения частиц жидкости распределяется по параболическому

закону и вершина параболы лежит на оси трубки (капилляра) (см. рис.4).

В центре трубки скорости течения наибольшие.

Последняя формула позволяет вычислить расход жидкости через трубу.

В кольцевом сечении трубы радиуса  $r$  и толщиной  $dr$  скорость жидкости  $v(r)$ . За время  $t$  через кольцевое сечение пройдет объем жидкости

$$dV = v(r) \cdot 2\pi r dr.$$

Здесь  $v(r)l$  – расстояние, пройденное жидкостью за время  $t$ , а  $2\pi r dr$  – площадь сечения кольца (см.рис.5).

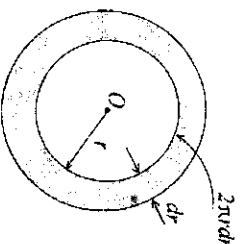


Рис. 5

Тогда за время  $t$  через трубу радиуса  $R$  вытечет объем жидкости

$$V = \int_0^R v(r) \cdot 2\pi r dr,$$

или, с учетом выражения для  $v(r)$ , получаем объем жидкости, вытекающий через поперечное сечение трубы

$$V = \int_0^R \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2) \cdot 2\pi r dr = \frac{2\pi \Delta p l}{4\eta l} \frac{R^4}{4}.$$

Полученная формула для расхода вязкой жидкости через круглую трубу

$$V = \frac{\pi R^4 \Delta p l}{8\eta l}, \tag{6}$$

есть формула Пуазейля.

Формула Пуазейля позволяет определить коэффициент вязкости  $\eta$  с помощью капиллярного вискозиметра:

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8 V l} \quad (7)$$

Здесь  $\Delta p$  есть разность гидростатических давлений столба жидкости на его концах, т.е.  $\Delta p = \rho g h$ , где  $h$  — высота столба жидкости. Тогда

$$\eta = \frac{\pi R^4 \rho g h}{8 V l} t.$$

Так как формула для  $\eta$  требует измерения многих величин ( $R, h, V, t$ ), то на практике определяют относительный коэффициент вязкости. Для этого измеряют одинаковые объемы исследуемой и эталонной жидкости

$$V = \frac{\pi R^4 \rho g h t}{8 \eta l} \quad \text{и} \quad V = \frac{\pi R^4 \rho_s g h t_s}{8 \eta_s l}.$$

Приравнявая последние соотношения, получают

$$\eta = \eta_s \frac{\rho l}{\rho_s l_s} \quad (8)$$

Для данного вискозиметра величина  $\frac{\eta_s}{\rho_s l_s}$  есть постоянная  $C$ . Тогда окончательно получаем формулу для определения вязкости методом капиллярного вискозиметра

$$\eta = C \rho l; \quad (9)$$

где  $C$  — заданная величина,  $\rho$  — плотность искомой жидкости,  $l$  — время ее истечения. Кинематический коэффициент вязкости равен

$$\nu = C t. \quad (10)$$

#### 4. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И ЭКСПЕРИМЕНТА

1) Метод Стокса (см. рис.6).

В сосуд  $A$ , заполненный жидкостью (глицерином), с метками  $m$  и  $n$  бросают шарик, диаметр которого измеряют предварительно с помощью микроскопа, а далее измеряют

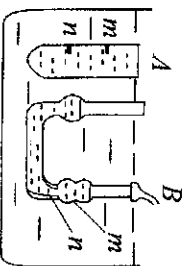


Рис.6

секундомером время прохождения шариком расстояния между метками  $n$  и  $m$ . Результаты записывают в таблицу (см. планшеты на рабочем месте). Опыт повторяют 3 раза. Вычисления коэффициентов вязкости производят по формулам (5) и (3).

2) Метод капиллярного вискозиметра.

Вискозиметр  $B$  представляет собой U-образную трубку, заполненную жидкостью (глицерином). В одно коллено впаив капилляр. На расширение нанесены метки  $n$  и  $m$ . Так как радиус капилляра мал, то скорость течения жидкости мала и течение будет ламинарным. На конец трубки вискозиметра надевают резиновую грушу в сжатом состоянии. Грушу медленно отпускают так, что жидкость поднимается выше метки  $m$ . Сняв грушу, наблюдают истечение жидкости и определяют с помощью секундомера время  $t$  истечения жидкости между метками  $m$  и  $n$ . Результаты записывают в таблицу (см. планшет).

Коэффициенты вязкости вычисляют по формулам (9) и (10).

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем состоит явление вязкости (внутреннего трения) в жидкости и в газе?
2. Сформулировать закон вязкости Ньютона. Каковы его границы применимости?
3. Что называется градиентом скорости течения слоев жидкости, динамическим и кинематическим коэффициентами вязкости?
4. Вывести единицы измерения градиента скорости движения слоев жидкости, динамического и кинематического коэффициентов вязкости?
5. В чем сущность метода Стокса экспериментального определения динамического коэффициента вязкости?
6. В чем сущность метода определения вязкости жидкости с помощью капиллярного вискозиметра?

7. Вынести формулу для определения коэффициента вязкости в методе Стокса.
8. Вынести формулу Пуазейля для расхода жидкости.
9. Получить рабочую формулу для определения динамического коэффициента вязкости относительным способом.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Савельев, И.В., Курс общей физики, М, Наука 1977 г. т.1, §75-77.
2. Сушинский, М.М., Курс физики, М, Наука, 1973 г., т.1, §129,130.
3. Лабораторные занятия по физике, М, Наука, 1983 г., с.170, 255.